投稿

手軽な機器で行う生徒による天文探求活動 2

～コンパクトデジカメで月の観測～

松本直記（慶應義塾高校）、芳賀俊太（慶應義塾高校*1）、

*1：当時。現在は慶應義塾大学

1. はじめに

中学校や高等学校の科学関係のクラブ活動や、選択授業での活動として、実際に天体観測を行い、その得られたデータから解析をして結論を得ることは、科学の手法を学ぶことのできる体験として非常に有意義なものと考えられる。

ただし、観測をするのに高価な機材を必要としたり、夜間の観測となる場合には生徒に居残りを許可する手続きが必要となるなど、手軽に実施するにはハードルが高い。

筆者のうち松本が、松本ら（2021）[1]で2020年度の活動を報告したように、本校では高校3年「卒業研究」という選択科目（総合的な学習の時間）において天体を主な題材とし、生徒が主体となって興味のある研究対象を自ら設定し、観測、解析、論文化に至る一連の研究活動を行っている。

2021年度は、年度初めから対面授業が行えたものの、新型コロナウイルス感染症対策のため9月から約ひと月は対面とオンライン授業が併用となり前年度ほどではないものの、不規則な授業形態とせざるを得なかった。

「卒業研究」の履修生徒は4月から7月にかけて、天文学の基礎を演習形式で学習しながら知識や解析方法、論文化の技術を身につけ、夏休みから9月にかけて研究テーマを決定していく。

以前は比較的容易に学校での泊まり込み観測を行えたが、新型コロナウイルス対策の一環でクラブ活動の合宿は基本的に禁止となっているためそれに追従して夜間の観測は行えず、居残っても21時頃までという制限の中、観測を行った。

継続的な観測が必要なテーマについては、地学科が所有の機材を貸し出し、制限の多い学校での観測をするのではなく、自宅での観測ができるように配慮した。そのためには、重い本格的な機材よりは、取り回しがしやすく、また管理を生徒に完全に任せる関係上、破損のリスクも考えて比較的安価な機材を用いるのが望ましい。

2021年度は、スマホを用いた国際宇宙ステーション（ISS）の多地点同時観測からISSの軌道を求めるチームと、学校天文台を用いた個人研究で銀経、銀緯に沿った画角内の恒星密度から天の川銀河系の規模や太陽系の位置を考察する研究、系外惑星の測光変光観測を行い、惑星の物理量を求める研究、機材を貸与した個人研究として高倍率に特化したコンパクトデジタルカメラで月を観測することで、月や地球の物理量を求める研究が行われた。

本稿では、このデジタルカメラを用いた月の観測による研究を紹介する。

2. 月の観測

筆者のうち芳賀は、デジタルカメラによる月の観測を卒業研究のテーマに選んだ。可能な限り月を継続観測し、その見かけの直径（視直径）と満ち欠け（輝面比）の変化を記録する。撮影に用いたのは地学科が所有するコンパクトデジタルカメラ Canon PowerShot SX60 HS である（図1）。このカメラは望遠に特化した性能を持っており、光学65倍（1,365mm相当）で撮影することができる。レリーズと三脚を用いれば、初心者でも簡単に天体の拡大撮影を行うことができる。

図 1　コンパクトデジカメ Canon PowerShot SX60 HS

観測は、自宅マンションの屋上で行い、2021 年 10 月 16 日から 12 月 15 日までの期間に計 28 回行った。倍率を光学最大の 65 倍に固定し、デジタルズームはオフ。画像の大きさは最大の 2048×1536 ピクセルに設定、月の明るさによって輝面が白飛びしないように絞り値の調節をした。撮影画像の一例を図 2 に示す。

図 2　撮影画像の一例 10 月 29 日 6 時 19 分

図 3　観測の様子

3. 観測画像の解析

撮影した月は満ち欠けによって全体が見えないので Windows 標準ソフトのペイントを用いて月の縁にフィットする円を描く。その画像をすばる画像処理ソフト マカリ[2]で解析をする。画像から月の縁の中心を求め、マカリのグラフ機能で、月の視直径を測定した。中心と南北の欠け際を通る線を引き、それに直角な線（中心を通る東西線）について視直径を求めた。

次に、月の直径に対し輝面の割合を同様にマカリのグラフ機能で測定し、輝面比を求めた。これも月面の東西線について明るい部分と、影の部分の比率を輝面比とした。解析の様子を、図 4、5 に示す。

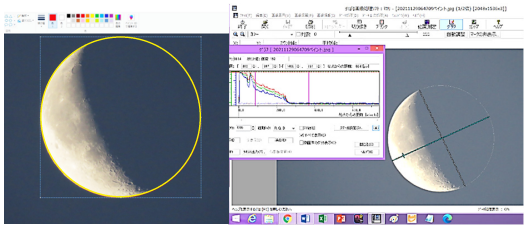

図 4　月の縁の作図（左）とマカリによる視直径の測定（右）
縁は視認性を高めるため実際の解析より太い線で描いてある

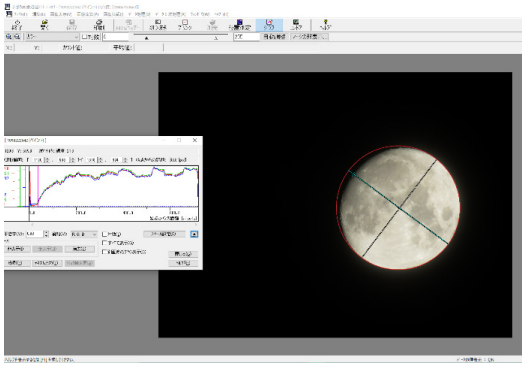

図 5　輝面比の測定

4. 観測データの周期解析

得られた 28 セットのデータから周期解析

を行った。横軸に日付時刻、縦軸に視直径（ピクセル）と輝面比を取ったグラフを作成し、その分布にフィットする周期関数を求める。サインカーブのグラフに、周期、振幅、振幅中心、周期の位相のパラメータを与え、観測データと最もフィットするものを探した。パラメータの評価は、観測値とサインカーブ上の値との差分を 2 乗し、その累計が最も小さくなることで行った。

この様にして求めた、輝面比の変化を図 6 に、視直径の変化を図 7 に示す。

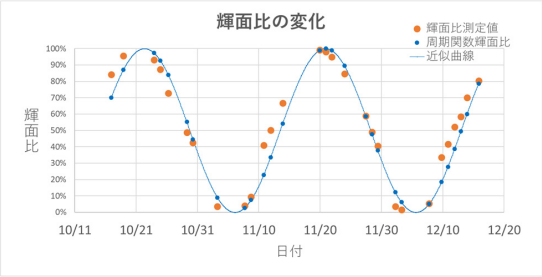

図 6　輝面比の変化

輝面比の周期は、満ち欠けの周期の 1 朔望月を示している。解析より 1 朔望月は 29.5 日と求まった。

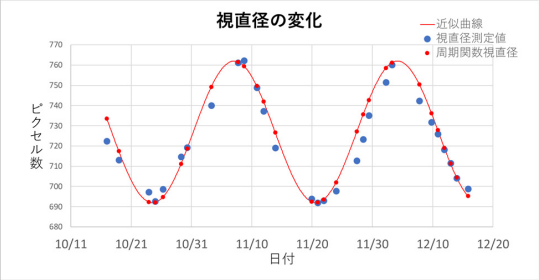

図 7　視直径の変化

視直径の変化は、月の軌道が楕円であるので地球に近づいたり遠ざかったりしていることで生じる。つまり、この周期は月の公転周期を表していると考えて良い。解析の結果、月の公転周期は 27.1 日と求まった。

図 8 に模式的に示した様に、月の公転周期は地球を 360°公転する期間で、図の A から B の期間に当たる。一方朔望月は、満ち欠けの周期なので、図の A から C の期間に当たる（実際には B と C の間にも地球の位置は変化している）。つまり、公転周期と朔望月の差の期間に月が公転した角度は、1 朔望月の間に地球が太陽を公転した角度（図に・で示した角度）にほぼ等しい。1 朔望月 29.5 日、公転周期 27.1 日と求まったので、差の 2.4 日の間に月が公転する角度は 31.9°、地球は 29.5 日でこの角度を公転するので、地球の公転周期は 333 日と求まる。

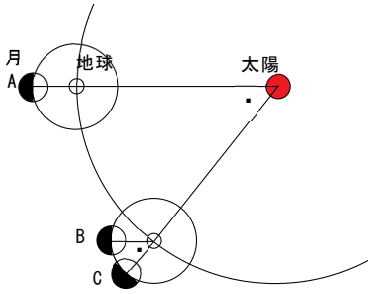

図 8　1 朔望月と公転周期の関係（文献[4]を参考に作図）

次に月の軌道離心率 e を求める。近似曲線より、月の視直径の最大値は 762.0 ピクセル、最小値は 692.0 ピクセルである。月の近地点距離を q、遠地点距離を Q、軌道長半径 a とおくと、$q = a(1-e)$、$Q = a(1+e)$ となるので、

$\frac{q}{Q} = \frac{1-e}{1+e}$ と表せる。視直径は距離に反比例することから、$\frac{最小値}{最大値} = \frac{1-e}{1+e}$ となるので、

$\frac{最小値}{最大値} = x$ とおくと、$e = \frac{1-x}{1+x}$ となる。

$x = \frac{692.0}{762.0} = 0.908$ であるので、e=0.048 と求まった。

5. 地球の質量と月の距離、実半径

月までの距離を求めるために、まず地球の質量を測定した。

地球質量 M は重力加速度 g（m/s²）、地球半径 R（m）、万有引力定数 G（m³/(kg･秒²)）とすると、$M=\frac{R^2}{gG}$ と表すことができる。重力加速度は振り子の測定で求めることができる。振り子の周期 T（秒）、振り子の長さ L（m）とすると、$g=\frac{4\pi^2 L}{T^2}$ と表され、周期と振り子の長さを測定することで求めることができる。

図 9　振り子の長さの測定

重力加速度の測定は、本校にあるフーコーの振り子を用いて行った。振り子基部からビニールテープを垂らして振り子の重心位置に印を付け、巻き尺で振り子の長さ L を測定し 14.39m とした。振り子の周期は、10 周期を 3 回測定し、1 周期は 7.5843 秒となった。

この結果から、重力加速度は g=9.874m/s²

図 10　振り子の周期の測定

と求まった。

地球の直径 R は文献値の 6.371×10^6（m）を用いた。その結果、地球の質量 M は 6.005×10^{24}（kg）と求まった。

地球の質量が求まったので、ここでケプラーの第 3 法則発展形 $\frac{a^3}{P^2}=\frac{GM}{4\pi^2}$ を用いると、月の軌道半径、すなわち距離を求めることができる。式の記号はそれぞれ、月の軌道半径 a（m）、月の公転周期 P（秒）、地球の質量 M（kg）を表す。上の式を変形すると、$a=\sqrt[3]{\frac{GMP^2}{4\pi^2}}$ となるので、地球の質量 M=6.005×10^{24}(kg)、月の公転周期 27.1 日=2.34×10^6（秒）を代入すると、月の距離は a=3.82×10^8（m）= 3.82×10^5（km）と求まった。

月の距離がわかれば、見かけの大きさから実際の半径を求めることができる。月の視直径をここまで、画像上のピクセル数で表していたが、カメラの画角を調べることで実際の角度に変換することができる。文献[3]より、最大望遠の 65 倍時の横方向の角度は 1.43°で、横ピクセル数の 2048 ピクセルに対応していることがわかった。観測した月の視直径の平均値は 721.4 ピクセルであったので、平均視直径は 0.5037°（30.22’）、視半径はその半分の 0.2519°（15.11’）と求まった。

見かけの半径（視半径）を θ とし、月の実際の半径を d（km）、月から地球までの距離を a（km）とすると、$a=d/\theta$ となる（θ はラジアン角）。すなわち、$d=a\theta$ であるので、

表 1　生徒研究によって得られた値

	実測値	文献値	誤差率
地球質量	6.005×10^{24}kg	5.998×10^{24}kg	1.17%
重力加速度	9.874m/s^2	9.798m/s^2	0.78%
地球の公転周期	333 日	365.2422 日	-8.82%
月の平均視直径	30.22’	31.08’	-2.77%
月の公転周期	27.1 日	27.32 日	-0.81%
一朔望月	29.5 日	29.53 日	-0.10%
月の離心率	0.048	0.0549	-12.6%
月までの距離	3.82×10^5km	3.844×10^5km	-0.62%
月の半径	1.68×10^3km	1.738×10^3km	-3.34%

$d=3.82\times10^5$（km）×（0.2519°　×π÷180）
$=1.68\times10^3$（km）と求まった。

この生徒研究によって得られた値を、表 1 に示す。また、この研究の観測と得られた値との関係概念図を図 11 に示す。

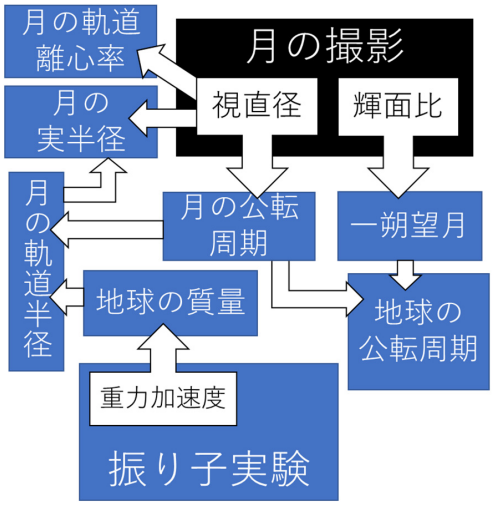

図 11　観測と得られた値の関係概念図

6. おわりに

このように、望遠デジカメで月を一定期間観測し続けることと、振り子実験を行うことで、月と地球に関する諸量を求めた。

以下、芳賀による研究を行っての感想を示す。

1. この研究において、苦労したこと

「本研究で苦労した点は主に 2 つあった。1 つ目は観測とデータ解析である。月の観測から全ての元となるデータを求めるので、観測そのものとデータ解析の精度が重要だった。また、月は日に日に見える時間帯が変わっていくのでそれに応じて観測を行わなくてはならず、また、毎日できるとは限らないので観測期間を延ばすことによって回数を増やし、精度を高める努力をした。2 つ目は研究の展開である。本研究では月を撮るというところをスタートとしてデータを算出していった。それにあたってどこまで文献値を使わずにできるのか、そうした場合どんな数値を求めることが出来るのかを思考実験を行い、試行錯誤する必要があった。」

2. 工夫したこと

「研究の展開を考え、どうしたら求めたい値を導けるか調べ、それらをどう組み立てられるかを工夫した。今まで学習してきたことを応用したり、先生に相談したりいくつかのウェブサイトや文献調査を行って構成していった。実測値は何度解析しても規則性のある値にはなりづらいので、近似曲線を作成することによってデータの精度や後に行う計算を補った。近似曲線とそれを用いた近似値を求める立式は試行錯誤を繰り返して特にこだわった。」

3. 身についたと思えること

「本研究を行い、目的と行動の結びつけ、要

点を明確にすることの重要さを学んだ。月の離心率を求めたが、かなり誤差が大きくなってしまった。その理由として観測の際、視直径の最大値や最小値付近の時に余り観測ができていないことが考えられる。誤差を小さくするという目的のために、ある程度極大や極小の時期はそれまでの観測から見込めるので密に観測を行うということが必要だったと感じた。また、本研究では月の撮影だけで値を求めるということに意味があり、文献値をより使ってしまったら研究の意図が薄れてしまっていたと感じた。」

4. 興味を喚起されたと思えること

「月と地球を対象に研究を行ったが、惑星どうしでの観測や惑星から見た恒星、衛星から見た惑星といった観測では本研究で求めたものが同様に求まるのだろうか、その過程にどんな違いが生じるのかに興味を抱いた。また、本研究では同じ地点から長期間の観測を行うものだったが離れた地点から同時観測を行えば、どのような展開が考えられるか興味を持った。」

5. 全般的な感想

「本研究を通して観測における注意点や、研究の意図・テーマを一貫させることの重要性を理解することができた。また、ほぼ月の撮影だけで月の公転周期や半径、距離までもが求まるというのは驚いた。これらは、地学で学習したことを応用することによってほぼ全ての値が求まった。この経験によって学習の意義を感じた。また、工夫や試行錯誤したことで精度が上がり、誤差も小さくなったことには、やりがいを感じた。」

このように、授業で学んだ内容や自分で調べたことを応用して、様々な値を求める方法を構築したことの苦労や、それに伴う工夫が伺える。観測、解析においては、精度を高めるための努力、試行錯誤も繰り返されたことが解る。また、なるべく文献値に頼ることなく、自力で得たデータから研究を進める強い意志も感じた。研究を進める中で、よりよいものを追求する姿勢が高まっていく様子が伺える。

前回の報告[1]で、松本は「デジタル撮影機器の高性能化と安価化によって家庭用機材を用いたお手軽天文探求活動が行える環境が整ってきた」と述べた。しかし、この生徒研究は観測環境の構築こそ比較的お手軽であるものの、連日の観測を伴う研究で、決してお手軽なものではない。お手軽環境からも、工夫を重ねて様々な結果を導いた生徒研究の一例として紹介した。

本報告が自然から得られたデータを用いて結論を導き出すという、科学の醍醐味を天文分野で実践する機会を増すことになれば幸いである。

文　献

[1] 松本直記ら（2021）『手軽な機器で行う生徒による天文探求活動～高価な機材を用いず天体の物理量を求める試み～』, 天文教育 33(3), pp.63-68

[2] すばる画像解析ソフト －Makali`i－ 配布サイト https://makalii.mtk.nao.ac.jp/

[3] カメラの画角の計算 https://keisan.casio.jp/exec/system/1378259716

[4] 山賀進の Web site-宇宙の科学・月の運動 https://www.s-yamaga.jp/nanimono/uchu/tsuki-02.htm

[5] 天文学辞典　http://astro-dic.jp/

松本直記