

国際教員研修プログラム NASE

～ワークショップ3「月食と日食」～

富田晃彦（和歌山大学）、上之山幸代（和歌山大学）、鷺坂奏絵（和歌山大学）、
中串孝志（和歌山大学）*、福江 純（大阪教育大学）、松本 桂（大阪教育大学）

* 2020 年 4 月より甲陽学院中学校・高等学校

1. はじめに

2019 年 11 月に大阪教育大学天王寺キャンパスで開かれた天文分野の教員研修プログラム NASE-Japan 2019 [1] で行われた NASE の 10 のワークショップで、いろいろな活動（ここでは、具体的な体験活動のこと）が行われた。NASE-Japan 2019 の全体的なことや当日配付資料のリンク先等について、別に報告をしている [2]。ここではワークショップ 3 について紹介、報告する。

2. ワークショップ3のねらい

ワークショップ3のタイトルは英文では A study of lunar and solar eclipses、和訳では「月食と日食」として紹介した。NASE のウェブサイトによる、このワークショップの概観とねらいをまとめ直すと以下ようになる。

概観：

月食と日食を扱う。食を利用して、太陽・月・地球系の天体間の距離と天体の大きさを求める。

ねらい：

月の満ち欠けの原因を理解する。月食の原因を理解する。日食の原因を理解する。太陽・月・地球系の天体間の距離と天体の大きさを求める。

このワークショップでの活動は、スライドの中では 11 個が用意されているが、NASE-Japan 2019 では時間の都合上、参加者の作業や計算という活動とせずに簡単に説明する

にとどめたものがいくつかある。

1. 月の表・裏側のモデル (Model of the far side of the Moon)
2. 月の満ち欠け：電灯を用いたモデル (Model with flashlight (Sun) to explain the phases of the Moon)
3. 月の満ち欠けのシミュレーション (Simulation of Phases of the Moon)
4. 間違い探し (Illustration Errors)
5. 月食 (Lunar Eclipses)
6. 日食 (Solar Eclipses)
7. 大きな太陽を小さな月のように見てみよう (Making the large “Sun” look like the small “Moon”)
8. 「パラパラ漫画」食のシミュレーション (“Flip page” eclipse simulator)
9. 太陽の直径の測定：観測と測定 (Determination of the Sun’s diameter - observations and measurements)
10. アリストアルコスの実験：紀元前 310 年から 320 年 (Aristarchus’s Experiment 310 to 230 BC)
11. エラトステネスの実験：紀元前 280 年から 192 年 (Eratosthenes’ Experiment - 280 to 192 BC)

3. 活動1：月の表・裏側のモデル

月は地球に「表の面」だけを見せる。これは、月が地球の周りを一公転する間に月が一回自転することで起こっているということを示す演示である。2 人に前で演じてもらう。無

地の白色光をプロジェクターから投じ、地球役の観測者が、白い面をかぶった月を見る。地球役は、その白い面がどう見えるか、教室内の他の人に向かって説明する。図1にあるように、新月、上弦、満月、下弦の4つの位置を再現していく。これは初歩的な内容であるが、月役の人は地球役の人の周りを回ると同時に実際に体をひねりながら動くことになり、そういった体の動かし方を見せていくことで、あらためて理解を深めることを目的としている。なお、白い面は、満ち欠けの度合いを分かりやすく見せるために、模様を描かず、無地がよい。また、面ではあるが、細かな凹凸のない、湾曲させた面がよい（図2にある例の方がわかりやすい）。

活動1：月の表・裏側のモデル

- 2人でやってみよう：1人は真ん中に（地球）もう1人はそのまわりを回る（月）。
- 月を地球の方に向かせ、自らも90°回転しながら地球の周りを90°回る。それを繰り返して、初めの位置まで戻ってみる。



図1 活動1の説明スライド

世話人側で用意するもの

- プロジェクターから白い光を照射
- 月の表側を表した白い無地の面1つ

4. 活動2：月の満ち欠け：電灯を用いたモデル

活動1の続きである。活動1の時の2人に加えてさらに2人に出てきてもらい、合計4人で演じる。地球役の人から見て、月役の人の白い面が新月、上弦、満月、下弦になっていくことを、教室内の他の人に説明する（図2）。

活動2：月の満ち欠け：電灯を用いたモデル

- 5人でやってみよう：1人は中心（地球）、残りの4人は月の満ち欠けの4つの様子を演じる。1人は全部、2人は半分光に照らされ、残りの1人は照らされていないようにする。



図2 活動2の説明スライド

世話人側で用意するもの

- プロジェクターから白い光を照射
- 月の表側を表した白い無地の面4つ

5. 活動3：月の満ち欠けのシミュレーション

午前であれば西の空の下弦の前後、午後であれば東の空の上弦の前後の月があれば、屋外でその方向に球を向けると、月の満ち欠けと同じ満ち欠けを球が示すことを見ることができる（図3）。これはワークショップ1の活動2「ミニチュア地球」(Parallel Earth, Globo Local)に通じる演示といえる。この演示で使う、地球-月系の約3億分の1モデルは活動5、6でも用いる。

活動3：月の満ち欠けのシミュレーション

- 小さな月のモデルを屋外で日光の下で直接月に向けると、どちらとも同じ満ち欠けの様子に見える。

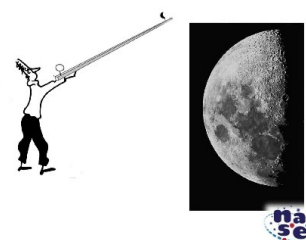


図3 活動3の説明スライド

世話人側で用意するもの

(活動3,5,6で共通)

- ☐ 直径がそれぞれ4cmと1cmの球
- ☐ 1.3mのしっかりした棒
- ☐ 2つの球を1.2m離して付けるための印

上記の準備から、地球-月系の約3億分の1の模型となるものを実際に作成したものが図4である。



図4 活動3,5,6で使う、地球-月系の約3億分の1の模型

6. 活動4：間違い探し

絵本や舞台の小道具などでよくみられる間違いの例である。

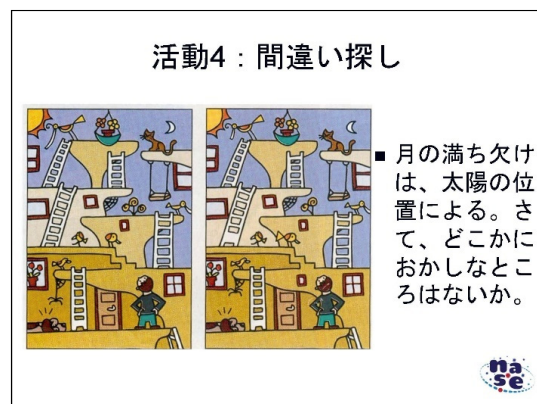


図5 活動4の説明スライド

満ち欠けした月の、輝いている側に太陽があるか、という観点である(図5)。これはスライドの絵を見せて探してもらう、という活動である。

7. 活動5：月食、活動6：日食

活動3で作った3億分の1モデルを使い、日食と月食を起こしてみる活動である。屋内でプロジェクターを使ってもいいが、屋外なら、このモデルを持って出ただけである。図6、図7は月の影を地球に落として日食となる例であり、地球と月の位置を反対にすれば、地球の影を月に落として月食となる例を見ることができる。太陽が点光源でなく円盤光源であるため、落とした影はへりがくっきりとしておらず、中央の暗い本影と、それを取り巻く薄い半影という構造になっている。地球に落ちる月の本影は、月に落ちる地球の本影に比べて大変小さいことも分かる。

図8は、NASE-Japan 2019で受講者が日食、月食を模擬的に起こさせているところのようすである。

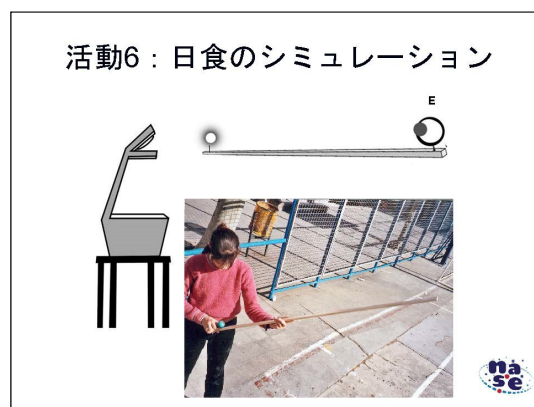


図6 活動6の説明スライド



図7 日食は、月の影が地球に落ちている時



図8 NASE-Japan 2019 で、屋外で日光を使いながら地球-月系の約3億分の1の模型を使って日食、月食を起こさせているようす

8. 活動7: 大きな太陽を小さな月のように見よう

地球から見て、太陽と月は同じ大きさ見える。実際は大きさとして約400倍の違いと、距離として約400倍の違いが相殺することでそう見えるだけである。それを実際にやってみる活動である(図9)。模造紙を貼り合わせるか、布を縫い合わせるかして、直径220cmの太陽円盤と直径6mmの月の約6億分の1のモデルを作り(図10)、月は腕をいっぱい伸ばした約60cm先に持ち、太陽は240m先に持っていく、それを見て同じ見かけの大きさになることを実感する。

活動7：大きな太陽を 小さな月のように見よう



図9 活動7の説明スライド

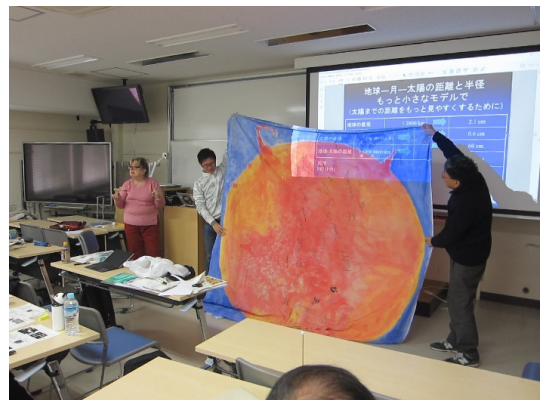


図10 直径220cmの太陽円盤



図 11 NASE-Japan 2019 会場の大阪教育大学
天王寺キャンパス構内、端から端までを使い、直径 220 cm の白い模造紙の太陽円盤を望む（画面中央やや左上）



図 12 直径 6 mm の円盤を竹ひごに付けて手に持ち、腕を伸ばし、図 11 で示した太陽像の方向に向けて望む

世話人側で用意するもの

- ☐ 直径 220 cm の太陽の絵（布に絵を描くか、模造紙などで円を作る）
- ☐ 直径 6 mm の月のモデル（直径 6 mm の球でもいいが、直径 6 mm の円盤状のものでよい）NASE-Japan 2019 では、底面が直径 6 mm の円の平たい円柱上の防振ゴムを使い、竹ひごに貼り付けた（防振ゴムの裏側がのりシールになっていた）

9. 活動 8: 「パラパラ漫画」食のシミュレーション

今ならパソコン上で静止画を短い時間間隔でスライドショーをすることで、アナログ的にパラパラ漫画のようにして日食や月食の進む様子をみる、というものである（図 13）。NASE-Japan 2019 では、Rosa Ros があらかじめ作成したものを手元で示した。

活動8: 「パラパラ漫画」 食のシミュレーション

1. 写真を順に切り取り、番号をつける。
2. リングノートに写真を貼る。
3. ページを速くめくると動画教材になる。

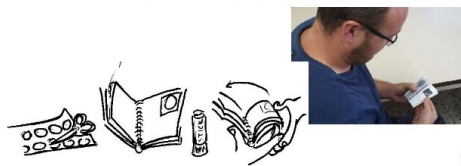


図 13 活動 8 の説明スライド

世話人側で用意するもの

- ☐ リング・ノート 1 冊
- ☐ 日食や月食の一連の写真
- ☐ のり

10. 活動 9: 太陽の直径の測定: 観測と測定

大判プリンターの紙ロールの芯のような長い筒を使ったピンホールカメラで太陽像を作り、そのピンホールカメラの長さで太陽像の大きさから、太陽の直径を求めようという活動である（図 14）。NASE-Japan 2019 では、屋外で太陽像を作ってみるところまでの活動にとどめた。

世話人側で用意するもの

- ☐ ピンホール用の筒（長さ 1 m 以上、直径 8 cm 以上あれば、使いやすい）
- ☐ アルミニウム箔（対物側、針孔をあける）

- トレーシングペーパー（太陽像を作って観測するスクリーンとして）

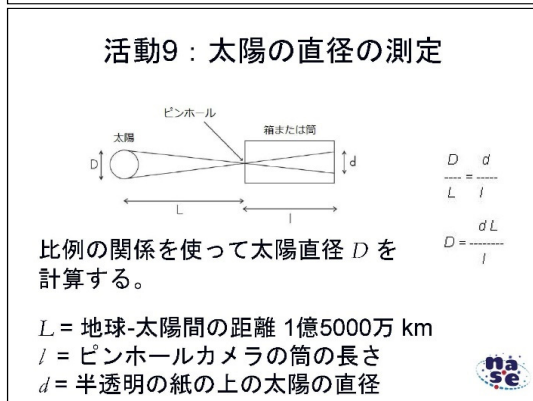


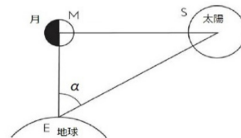
図 14 活動 9 の説明スライド

11. 活動 10：アリストタルコスの実験

太陽と月が同じ視直径に見えること、その視直径が 0.5° であること、そして、半月の時の月の太陽からの離角、月食に時に月に投げられた地球の本影の大きさの測定値から、地球の半径 R_E を単位として、月、太陽の半径 R_M, R_S と、地球-月、地球-太陽間の距離 EM, ES を求める活動である。原理的には肉眼による観測だけでこれらが求まる。一連の作業から連立方程式を立てる手順について、スライドを図 15 に示した。なお、NASE-Japan 2019 では、これらのスライドを見せながら原理を説明したにとどまっている。

1) 地球-太陽(ES)、地球-月(EM)の距離

■ $\cos \alpha = EM / ES$ よって $ES = EM / \cos \alpha$



訳注
 EM は地球 (E) と月 (M) の間の距離、以下同じように表記。



1) 地球-太陽(ES)、地球-月の距離

- アリストタルコスによると $\alpha = 87^\circ$ それならば $ES = 19 EM$
- 現在の測定では $\alpha = 89^\circ 51'$ それならば $ES = 400 EM$



Rosa M. Ros



2) 太陽(R_S)、月(R_M)の半径

- 地球から月、太陽の直径を見ると等しく 0.5° に見える。
- したがって、半径について

$RS = 400 RM$



訳注
 R_S や R_M は月 (M) や太陽 (S) の半径、以下同じように表記。

Rosa M. Ros

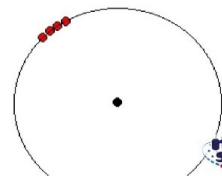


3) 地球-月の距離(EM)と月の半径(R_M)

- 月の直径は地球から見ると 0.5° である。
- この直径を 720 倍すると、月の円軌道の一周分となる。

$2 R_M 720 = 2 \pi EM$

$EM = 720 R_M / \pi$



Rosa M. Ros



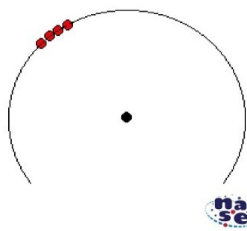
図 15 活動 10（アリストタルコスの実験）の説明スライド（次ページに続く）

3) 地球-太陽の距離(ES)と太陽の半径(Rs)

- 同様にして

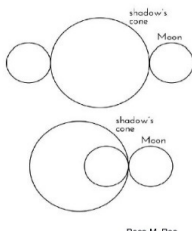
$$ES = 720 R_s / \pi$$

アリストタルコスによる
太陽中心のモデル



4) たなびく地球の影と月の半径

- 月食の観察をしたアリストタルコスは、地球がたなびかせた影を月が通過するのに、月が食されていく時間の倍かかと測った（すなわち2:1）。



- 実際には $2.6:1$

訳注：月に落とした地球の本影の大きさを見積もったもので、地球と月の半径の比を示しているわけではない。

5) すべてを関連させて

- $(x+EM+ES)/R_s = (x+EM)/R_E = x/(2.6 R_M)$

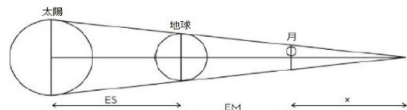


図15 活動10（アリストタルコスの実験）の説明スライド（前ページからの続き）

太陽は無限遠方ではなく、有限の距離にあるので、半月となる時の月の太陽からの離角は、厳密には直角とはならない。アリストタルコスのこの着眼点是有名であるが、正確な測定のためには半月となる瞬間の特定と離角の正確な測定が必要であり、実際はそれが大変難しい [3]。地球-月系にとって太陽はかなり遠くにあるため、地球の大きさそのものが本影の大きさとして月に投じられると考えたく

なるが、月から見て太陽が円盤像の光源であることから、本影の大きさは地球の大きさより小さくなる。実際、この比の値は4ではなく2.6である。本影のサイズと半影のサイズの間が、地球のサイズに相当することになる。図15で示したスライド群の最後のスライドにあるように、地球の本影が月の後ろに引く長さ x を導入して連立方程式を立てる。 R_M/R_E の値が決まれば他の求めたい値が求まる。 R_M/R_E を導くための式変形をすべて以下に記しておく。まず、図15の最後のスライドにある式の左辺と中辺、中辺と右辺を取り出して、以下の2式として書き直す。

$$(x + EM + ES) R_E = (x + EM) R_s \quad (1)$$

$$2.6 (x + EM) R_M = x R_E \quad (2)$$

$ES = 400 EM$ および $R_s = 400 R_M$ から、式(1)は

$$x (R_E - 400 R_M) = (400 R_M - 401 R_E) EM$$

$$x = \frac{(400 R_M - 401 R_E) EM}{R_E - 400 R_M}$$

となる(式1b)。また、式(2)は、

$$x (2.6 R_M - R_E) = -2.6 R_M EM$$

$$x = \frac{2.6 R_M EM}{R_E - 2.6 R_M}$$

となる(式2b)。式1bと式2bから、

$$x = \frac{400 R_M - 401 R_E}{R_E - 400 R_M} EM = \frac{2.6 R_M}{R_E - 2.6 R_M} EM$$

を得る(式3)。式3の第2項と第3項を取り出し、両辺を EM で割り、

$$\frac{400 R_M - 401 R_E}{R_E - 400 R_M} = \frac{2.6 R_M}{R_E - 2.6 R_M}$$

を得る（式 4）。この式 4 を整理して R_M/R_E の値を得ていくことになる。式 4 両辺の分母分子を R_E で割ると、

$$\frac{400 \left(\frac{R_M}{R_E}\right) - 401}{1 - 400 \left(\frac{R_M}{R_E}\right)} = \frac{2.6 \left(\frac{R_M}{R_E}\right)}{1 - 2.6 \left(\frac{R_M}{R_E}\right)}$$

分母を取り払って、

$$\begin{aligned} & \left[400 \left(\frac{R_M}{R_E}\right) - 401\right] \left[1 - 2.6 \left(\frac{R_M}{R_E}\right)\right] \\ &= \left[2.6 \left(\frac{R_M}{R_E}\right)\right] \left[1 - 400 \left(\frac{R_M}{R_E}\right)\right] \end{aligned}$$

展開して、

$$\begin{aligned} & 400 \left(\frac{R_M}{R_E}\right) - 401 - 400 \times 2.6 \left(\frac{R_M}{R_E}\right)^2 + 401 \\ & \quad \times 2.6 \left(\frac{R_M}{R_E}\right) \\ &= 2.6 \left(\frac{R_M}{R_E}\right) - 400 \times 2.6 \left(\frac{R_M}{R_E}\right)^2 \end{aligned}$$

整理して、

$$(400 + 401 \times 2.6 - 2.6) \left(\frac{R_M}{R_E}\right) = 401$$

よって、

$$\left(\frac{R_M}{R_E}\right) = \frac{401}{(1 + 2.6) \times 400}$$

を得る（式 5）。最終結果は図 16 で示したスライドのとおりである。

この連立方程式を解く (すべて地球半径に関係付けて)

- $R_M = (401 / 1440) R_E$
- $EM = (401 / (2\pi)) R_E$
- $RS = (2005 / 18) R_E$
- $ES = (80200 / \pi) R_E$

- 地球半径 $R_E = 6378 \text{ km}$ とすると
- $R_M = 1776 \text{ km}$ （実際は 1738 km ）
- $EM = 408000 \text{ km}$ （実際は 384000 km ）
- $RS = 740000 \text{ km}$ （実際は 696000 km ）
- $ES = 16280000 \text{ km}$ （実際は 149680000 km ）



図 16 活動 10 の計算結果

世話人側で用意するもの

特にないが、月食の際の地球の本影が作る弧がわかる写真を提示し、月の大きさを単位とした地球の本影の大きさを測定する活動を入れるとよいかもしれない。

12. 活動 11：エラトステネスの実験

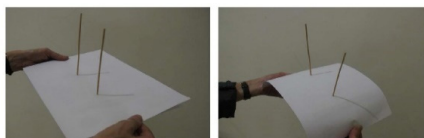
活動 10 で算出した値は、地球の半径を単位とした相対的なものとどまっていた、地球の半径の絶対値を求めることができれば、これらの値が絶対値として表現できることになる。NASE-Japan 2019 では図 17 で示したスライドを提示し、原理を説明したにとどまっている。

世話人側で用意するもの

特にないが、同じ経度での、棒が作る影についての情報を用意して計算させてもいいだろう。Eratosthenes Experiment [4] など、世界的な教育実践が行われている。歩いて距離を測ることができるくらいの二地点で、それぞれ GPS を使って緯度を知って、エラトステネスの方法で地球半径を求める学校教育の実践も広く行われている。

影が違う...

- 地球は球体である!



明、倫子氏による)

<http://houhouken.web.fc2.com/>

の「アリストアルコスは、なぜ月・太陽の距離を見誤ったのか?」(2012年11月14日最終更新の記事、2020年2月9日閲覧)

[4] Eratosthenes Experiment

<https://eratosthenes.ea.gr/>



富田 晃彦



上之山 幸代

活動11：エラトステネスの実験の再現



- 鉛直な棒の長さとその影の長さを計測する。

$\tan \alpha = (\text{影の長さ}/\text{棒の長さ})$
 $\tan$ の逆関数 $\arctan$ で表現して

$$\alpha = \arctan (\text{影の長さ}/\text{棒の長さ})$$

Rosa M. Ros

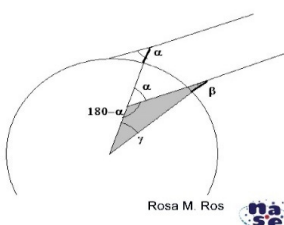


- 比例の関係から
- $2\pi R_E / 2\pi = d/\gamma$
- 簡単にして

$$R_E = d/\gamma$$

- γ について
- $\gamma = \alpha - \beta$

- d は2地点間の距離である (地図上から)。



Rosa M. Ros



活動11：エラトステネスの実験の再現



鷺坂 奏絵



中串 孝志

図 17 活動 11 (エラトステネスの実験) の説明スライド

文 献

[1] NASE-Japan 2019

<http://web.wakayama-u.ac.jp/~atomita/nasejapan2019/>

[2] 富田晃彦、上之山幸代、鷺坂奏絵、中串孝志、福江純、松本桂 (2020)「国際教員研修プログラム NASE : NASE-Japan 2019 の概観と開催の経緯」, 天文教育, Vol.32, No.2 (今号)

[3] たとえば、ホーホー村教育研究所 (林秀



福江 純



松本 桂