

投稿

頭髪の圧縮に伴うブラックホールの形成

～漫画「聖☆おにいさん」の考察～

伊藤滉真、渡會兼也（金沢大学附属高等学校）

1. はじめに

2014年の夏休みに「日常生活における物理現象を考察せよ」という物理の課題レポートが出された。私は以前から気になっていた漫画『聖☆おにいさん』[1]に出てくる主人公の頭髪について考察してみた。以下、2章から7章までその時のレポートの内容を引用し、8章に渡會による補足を載せる。

2. 動機

「聖☆おにいさん」とは、ブッダとイエスが下界のバカンスを満喫しようと、日本の東京都立川の安アパートの一室で「聖」（せい）という名字で暮らすという設定で描かれる日常コメディ漫画である[1]。

ブッダの髪（螺髪：らほつ）は神通力でもとめられたものであり、元に戻すと相当な長さになるという。作中では、このまま放っておくとブラックホールが発生しちゃう、と自身も心配していた。

そこで、髪の毛の成長という高々定数倍の質量増加でブラックホールができるのか？また、できるならどのくらいの年月がかかるのか？という疑問が生じ、調べてみることにした。

3. 考え方

調べてみると、ブラックホールは太陽の十数倍以上の大質量星がガスの圧力や電子の縮退圧や中性子の縮退圧を超えるような強い重力によって収縮し、超新星爆発を起こすことでできるらしい[2]。また、シュヴァルツシルトは一般相対性理論を解いてブラックホール解を見つけたらしい。一般相対性理論の解き

方など当然わからないが、要するに螺髪の半径がシュヴァルツシルト半径（一般相対性理論におけるブラックホールの半径）になればよいという風に解釈にして、ここではニュートン力学の脱出速度の公式を使って光が出られなくなる境界を探してみることにした。なお、脱出速度であるので十分に離れていなければ脱出しようとしている光を観測できてしまうことになり、本当の意味での暗黒天体ではないが、一般相対性理論を用いたものと数値は変わらないようなのでよしとする。

4. 仮定

計算する上での仮定は以下の通りである。

- ・頭髪は神通力によってどこまでも圧縮または伸張できる。
 - ・頭髪の密度は 200 [本/cm²]。
 - ・頭髪の発毛速度は $[0.5 \text{ mm/日}]$ 。
 - ・螺髪は直径 1 [cm] の球。
 - ・頭髪の線密度は 0.067 [mg/cm] (15 [cm] あたり 1 [mg])。
 - ・螺髪は球の下の直径 1 [cm] の円の頭皮に生える頭髪が集まりできたものとする。
- これらの仮定は文献[3,4]を基にしている。

5. 計算

ブラックホールになるには、天体からの脱出速度が光速を超えればよい。

脱出速度 V は、

$$V = \sqrt{\frac{2GM}{R}} \dots \textcircled{1}$$

となる。ここで、 G は万有引力定数、 M は質量、 R は半径である。この脱出速度 V に光速 c を代入すると、ブラックホールの典型的な

半径 R_s (シュヴァルツシルト半径) が求まる。

$$R_s = \frac{2GM}{c^2} \dots \textcircled{2}$$

この式からブラックホールのサイズ (半径) を決めると、ブラックホールになるために必要な質量 M が求まる。

$$M = \frac{R_s c^2}{2G} \dots \textcircled{3}$$

次に、1日に増える毛髪の質量を求める。半径 0.5 [cm] の円形の頭皮に生える毛の本数は仮定より、 $\pi \times 0.5^2 \times 200 = 50\pi$ [本] となる。毛髪はそれぞれ1日に 0.05 [cm] だけ伸びるので、円形内の髪の毛が1日に伸びる長さの合計は、 $50\pi \times 0.05 = 2.5\pi$ [cm] となる。よって1日に増える円形内の頭髪の質量は、 $2.5\pi \div 15 \times 10^{-6} = \pi/6 \times 10^{-6}$ [kg] となる。

螺髪が x 日でブラックホールになるとすると、式③より、

$$\frac{R_s c^2}{2G} = \frac{\pi}{6} \times 10^{-6} \times x \dots \textcircled{4}$$

となる。ここで c は光速で 3×10^8 [m/s]、 G は万有引力定数で値は 6.67×10^{-11} [$\text{m}^3 \text{kg}^{-2}$] である。

式④を x について解けば、 $x \sim 10^{31}$ 日となる。年を単位にすると $10^{31}/(3.65 \times 10^2) \sim 3 \times 10^{28}$ 年となり、3 穰年が得られた。

6. 結果と考察

螺髪がブラックホールになるには宇宙年齢をはるかに超えた時間 (その 2×10^{20} 倍) がかかることが分かった。太陽が赤色巨星になって地球が飲み込まれるほうがずっと早いと思われるため、ブッダはブラックホールよりも太陽系の寿命を心配した方がよい。

最終的には地球よりも質量が大きくなるのでは? 質量保存の法則からその分の質量は得られないのでは? 巨大質量の螺髪同士の相互作用は? などなど疑問点は多々あるがそこは

スルーということで(;^ω^)

7. 感想

確かにそうかも、と思ってしまうような描写でも、実際に計算してみるととてもじゃないが現実ではありえない値が出ることを改めて感じた。また、科学的計算的根拠のない無責任な比喩表現についても今後は自重していこうと思った。途中で本当に正しいものを計算しているのか自信がなくなったので次元解析法を使ってみたが、両辺できれいに次元が揃ったので次元解析法の有用性を感じた。全体的に大雑把な計算になってしまったが、10の何十乗という話なのでその辺の誤差は棚に上げてください(/・ω・)/

8. 補足と追記

以上までが伊藤のレポートであるが、この章では渡會が補足をしたい。

式③に具体的に値を入れてみることにする。半径 0.5 [cm] のブラックホールを作ろうとすると必要な質量は 3.4×10^{24} [kg] となり、地球の質量の 57% 程度の質量になる。つまり、この質量を毛髪に換算するとどれくらいの時間がかかるか、という問題になる。

この計算ではブラックホールになる条件だけを考えているが、髪の毛は連続的に伸びていくので、螺髪中の密度・圧力が徐々に上がると考えられる。密度が $\sim 2 \times 10^6$ [g/cm^3] を超えたあたりで電子が陽子の束縛を振り切って自由に移動することができるようになる (圧力電離)。その後密度が上がり、電子の縮退エネルギーが高くなる (10^{15} [g/cm^3] 程度まで) と陽子は電子を取り込んで中性子化する。すべての陽子が中性子化されたあとも圧縮をされ続けたら、最終的にブラックホールができると考えられる。詳細な形成プロセスについてはキリがなさそうなのでこれ以上考えない。

今回の計算ではブラックホールのサイズ（半径）を固定したので、式③のようにブラックホールになるために必要な質量が一意に決まっている。しかし、一般的にはブラックホールの密度はブラックホール質量の2乗に反比例するので、サイズの小さなブラックホールはサイズの大きなブラックホールよりも高密度になる（シュヴァルツシルト半径の球を仮定）。ブラックホールのサイズを固定しないとすると今回のブラックホールになるまでの時間はもう少し変わる可能性がある。

ここで前の章までの計算を一般化してみよう。発毛密度を Σ [本/m²]、発毛速度 v [m/日]、螺旋の半径 R [m]、頭髮の線密度 ρ [kg/m] とする。半径 R の螺旋に入る髪の毛の本数 N は、 $N = \pi R^2 \Sigma$ となる。髪の毛1本の1日あたりの質量増加 Δm は、 $\Delta m = \rho \times v$ であるから、 Δt 日後の螺旋の質量増加 ΔM は、 $\Delta M = N \times \Delta m = \pi R^2 \Sigma \rho v \Delta t$ となる。

単位日数あたりの質量増加率は、

$$\frac{\Delta M}{\Delta t} = \pi R^2 \Sigma \rho v$$

となり、これはブラックホールへのガス降着の式と非常によく似ている。あとは $R = R_s$ となったらブラックホールになる、という仮定をおいて、上の式を時間について積分すれば、

$$t = \frac{c^2}{2\pi G R_s \Sigma \rho v}$$

が得られ、具体的な数値を代入すれば、時間が計算できる。

学習指導要領には、通常の学習の他に探究的な学習活動を行うことが求められているが、SSH などの学校以外では取り組む機会は少ないのではないだろうか。渡會&荒井(2012)は漫画『ブリーチ』に出てくる侘助という刀がブラックホールを作る可能性について紹介した。生徒が自ら問題を設定し、仮定を元に計算し、その結果について考察するという活

動はまさに探究的な学習である[5]。また、教師や教科書で与えられた課題は、本当に生徒に内在する課題ではない。生徒に内在する課題は生徒自身に見つけてもらうしかない。自由な課題設定のレポートは生徒に内在する課題を見つけることができる。

文 献

- [1] 中村光 (2008) 『聖☆おにいさん(2巻)』, 講談社
- [2] 大須賀健 (2011) 『ゼロからわかるブラックホール』, 講談社ブルーバックス
- [3] 社団法人日本理容美容教育センター
<http://h-max.jp/6.htm>
- [4] 毛髪の性状(らぼ〜るフジナミ理・美サロン web サイトより)
<http://oita-kaku.lolipop.jp/images/pdf009.pdf>
- [5] 渡會兼也, 荒井龍一(2012) 「密度のべき乗増加とブラックホール ~漫画「ブリーチ」における侘助の考察~」天文教育, 119:9



渡會 兼也