

## 投稿

## 太陽の南中高度に関する大気差の影響

## ～平均大気差のオリジナル近似関数の計算結果について～

山田 洋 (佐賀市立富士中学校)

## 1. はじめに

中学校理科の天体分野で、地軸の傾きによる季節変化を理解する学習では、日の出や、日の入りの低高度での太陽の観測が大切である。このような実際の観測結果を基にして学習するとき、地球儀などの三次元モデルの補助となり、定量的な値を出すことができるシミュレーションソフトウェアが必要である。

そこで、開発を続けてきたのが、現在、過去、未来の世界中の日の出、日の入りの時刻や南中時刻、南中高度を調べることができ、地軸の傾きによる季節変化を調べることができるシミュレーションソフトウェア「サン・アースくん」[1]である。

低高度の太陽の観測では、大気差の影響が大きく、シミュレーションソフトウェアにその効果を入れないと、観測結果と一致しない。そこで、「サン・アースくん」に大気差を計算できる機能を導入するために、平均大気差であるラダーの算定の値を一つの式で精度良く表す近似関数を求める研究を行った[2]。

しかし、その平均大気差の近似関数は視高度の関数として表されており、次章で示すとおり、真高度から視高度を数値計算で求めるには不向きな関数である。そこで、本研究では、平均大気差を真高度で表した関数を紹介する。また、新たに、その関数を「サン・アースくん」に組み込み、太陽の南中高度を計算した結果を、国立天文台の計算結果と比較する。更に、極夜を利用した検証方法についても紹介する。

## 2. 真高度を変数とした平均大気差の関数

真高度とは実際の天体の高度であり、視高度とは大気の屈折による見かけの天体の高度である(図1)。

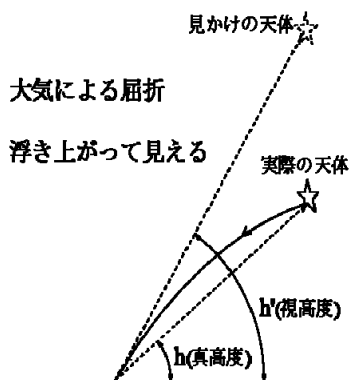


図1 真高度と視高度

大気差は視高度と真高度の差で表す。ここで  $h'$  を視高度、 $h$  を真高度、 $R$  を大気差とすると以下のような関係がある。

$$h' - h = R(h') \cdots (1)$$

(1)式において、大気差  $R(h')$  は  $h'$  (視高度) の関数である。

天体が実際に存在する  $h$  (真高度) を求めるには、観測値である  $h'$  (視高度) の値から(1)式を使って計算することができる。この時の大気差の関数は天文教育の1月号で示した[2]。

しかし、逆にコンピュータ等で  $h'$  (視高度) を求めるには、 $h$  (真高度) を数値計算で求め、それに対する、 $R$  (大気差) を計算し、それらの値から  $h'$  (視高度) を計算する。この時、 $R$  (大気差) が以下のような  $h$  (真高

度)の関数である方が計算しやすい。そこで、

$$h' - h = r(h) \dots (2)$$

とし、 $r(h)$ は  $h$  (真高度) で表した大気差とする。

また、平均大気差とは気温 10℃、1 気圧での大気差である。Z=90-h (度) とおき、平均大気差  $r(h)$  (秒角) を以下の式で表し、パラメータフィッティングを行った。

$$r(h) = a_0(\exp(bZ)-1) + a_1(\exp(2bZ)-1) + a_2(\exp(3bZ)-1) + a_3Z + a_4Z^2 + a_5Z^3 + a_6Z^4 + a_7Z^5 + a_8Z^6 \dots (3)$$

ただし、定数の値は次のように与えられる。

- b = 2.8500000e-01,
- a<sub>0</sub> = 4.6640299e-09, a<sub>1</sub> = 3.0144174e-20,
- a<sub>2</sub> = -1.4622375e-32, a<sub>3</sub> = 6.1448329e-01,
- a<sub>4</sub> = 7.0950227e-02, a<sub>5</sub> = -4.3370511e-03,
- a<sub>6</sub> = 1.2705876e-04, a<sub>7</sub> = -1.7021738e-06,
- a<sub>8</sub> = 9.0277974e-09

0.1 秒角まで考慮するために、有効桁数を 8 桁で計算した。

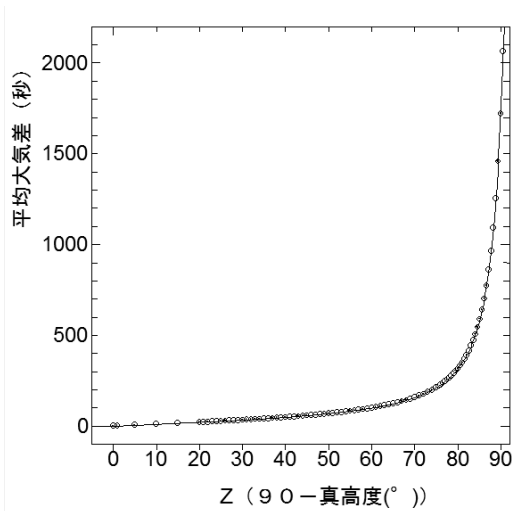


図2 真高度での平均大気差の関数フィット

(3)式の近似関数はラダーの値を Z=0.00000 度~90.58556 度において最大絶対誤差 1.0 秒角以内、平均絶対誤差 0.3 秒角で再現することができる。また、Z=90 度付近で発散する

こともない (図 2)。

次章以降では、(3)式の近似関数を「サン・アースくん」に組み込み、太陽の南中高度を計算し、その結果について検証を行う。

### 3. 太陽の南中高度の計算について

太陽の種々の南中高度における大気差の影響(太陽の浮き上がり効果)を調べるために、南中高度を変化させる必要がある。このためには、日にちを固定し、観測位置(緯度、経度)を変化させる方法がある。この方法は、観測位置(緯度、経度)を自由に選ぶことで、南中高度を連続的に変化させることができる。本稿ではこの方法で南中高度を変化させ、大気差の影響を調べる。

また、検証するために国立天文台の「暦計算室」が提供している Web 版のプログラム「太陽系天体の出入りと南中」[3]で計算した結果(図 3)と比較を行った。

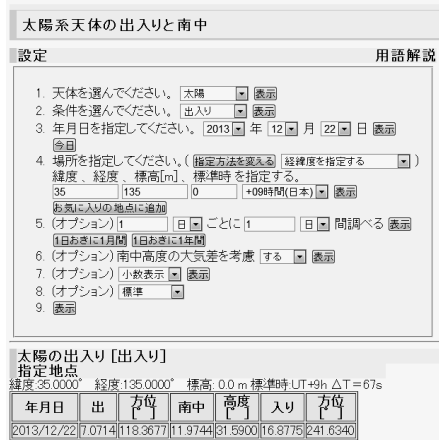


図3 Web版「太陽系天体の出入りと南中」の画面

このプログラムで使用されている平均大気差の関数は以下のように表されている[4]。

$$R(h') = 0.0167 / \tan(h' + 7.31 / (h' + 4.4)) \dots (4)$$

(4)式の関数は  $h'=0$  度で発散することはなく、太陽が低高度の時の近似の精度は良いと思わ

れるが、 $h'=90$ 度で平均大気差は0ではない。このことは、視高度が90度において大気差が生じることになり、事実と反する。それに比べ、(3)式の平均大気差は $h=0$ 度で発散もせず、 $h=90$ 度で0になり、平均大気差の近似関数として合理性がある。しかし、今回は低高度の太陽の南中高度を検証しているの、この問題は、これ以上詳しく取り扱わない。

#### 4. 太陽の南中高度の計算結果

日にちを2013年12月21日、経度を西経163度58分に固定した。このような条件下、「サン・アースくん」を使い、緯度を変化させながら太陽の南中高度を計算し、大気差の影響を調べた(表1, 図4)。ただし、緯度は北緯をプラス、南緯をマイナスにとる。また、経度は東経をプラス、西経をマイナスにとる。

表1 2013年12月21日の太陽の南中高度

緯度	大気差無し (真高度)	国立天文台 (視高度)	山田 (視高度)
0	66.57	66.57	66.57
10	56.56	56.58	56.57
20	46.56	46.58	46.58
30	36.56	36.59	36.58
40	26.56	26.6	26.59
50	16.56	16.62	16.62
60	6.56	6.69	6.69
65	1.56	1.88	1.88
66	0.56	0.97	0.97
66.56	0	0.49	0.48
67	-0.44	0.11	0.11
67.1	-0.54	0.03	0.03
67.2	-0.64	-0.05	-0.05
67.3	-0.74	-0.13	-0.13
67.4	-0.84	-0.21	-0.21
67.5	-0.94	-0.94	-0.94
67.6	-1.04	-1.04	-1.04
67.7	-1.14	-1.14	-1.14
67.8	-1.24	-1.24	-1.24
67.9	-1.34	-1.34	-1.34
68	-1.44	-1.44	-1.44
70	-3.44	-3.44	-3.44
80	-13.44	-13.44	-13.44
90	-23.44	-23.44	-23.44

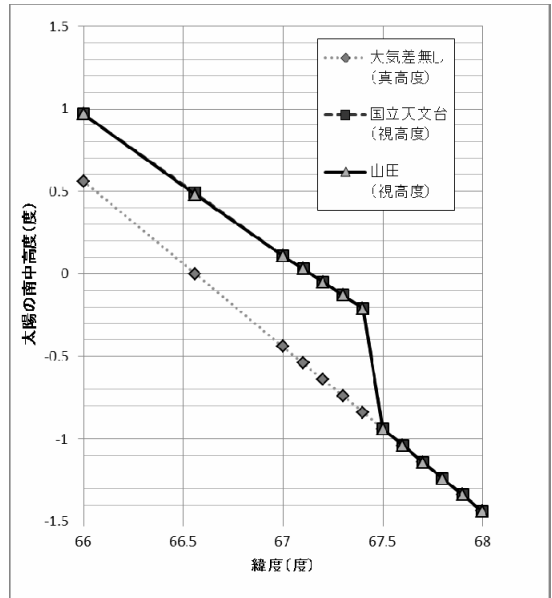


図4 2013年12月21日(冬至)の高緯度での太陽の南中高度

2013年12月21日の太陽の南中高度の計算結果から以下のことが分かった。

- 山田と国立天文台の大気差(浮き上がり効果)の補正は、両方とも太陽の上部が水平線に隠れるところ(真高度が約-0.84度)までは考慮されている。(緯度=67.4度)
- 太陽の南中高度が0度付近(低高度)の場合(表1の太枠で囲んだ部分及び図4)でも、国立天文台と山田の大気差の計算結果は、ほぼ一致している。
- 12月21日、太陽が一日中昇らない極夜の状態になる太陽の南中高度(真高度)は-0.94度以下である。その時の緯度は、大気差を考慮すると、北緯67.5度以上である。

#### 5. 計算結果の検証方法

山田の計算結果では、12月21日、北緯67.5度で太陽が昇らず、一日中太陽が見えない極夜の状態になる。このことを、実際に観測を行うことによって計算結果が正しいか調べる

ことができるが、日にちと費用が掛かる。そこで、大気差を忠実に再現できるとする天文シミュレーションソフトウェア「ステラナビゲーター」[5]で確認した。

「ステラナビゲーター」の結果では、北緯 67.0 度で、太陽は地平線上、南の方向に約半分以上姿を現す(図 5)。また、北緯 67.5 度では、太陽は現れず、一日中太陽が見えない極夜の状態になる(図 6)。このことは山田の計算結果と一致する。

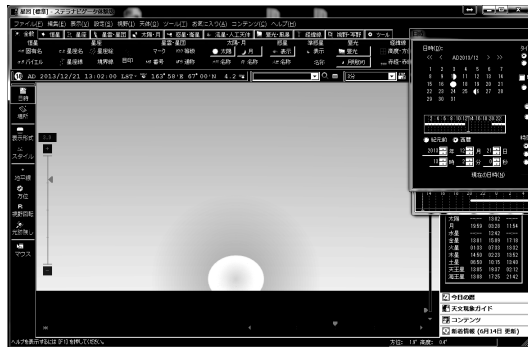


図 5 北緯 67 度 00 分、西経 163 度 58 分の太陽 (2013 年 12 月 21 日)



図 6 北緯 67 度 30 分、西経 163 度 58 分の太陽 (2013 年 12 月 21 日)

「ステラナビゲーター」の結果と山田の計算結果とは一致することを示すことができたが、実際に証明するためには現地に行き観測する必要がある。

## 6. おわりに

平均大気差の近似関数を「サン・アースくん」に組み入れ、太陽の南中高度の計算を行った。その結果、高緯度、低高度において、山田の南中高度の計算結果は、国立天文台の計算結果とほとんど一致することが分かった。また、「ステラナビゲーター」でのシミュレーションの結果は山田の計算結果を支持することも分かった。

「サン・アースくん」は、大気差の計算を Ver.1.95 からサポートしており、現在フリーソフトとして公開している。

また、今後、「サン・アースくん」を授業で活用した実践事例の報告も行っていきたい。

## 文 献

- [1] <http://www.saga-ed.jp/workshop/edq01460/a-su/>
- [2] 山田洋(2013),「天文教育」2013年1月号, p.32
- [3] <http://eco.mtk.nao.ac.jp/cgi-bin/koyomi/cande/riseset.cgi>
- [4] <http://eco.mtk.nao.ac.jp/koyomi/faq/glossary.html>
- [5] <http://www.astroarts.co.jp/products/stlnav9/index-j.shtml>

山田 洋