

# 投稿

## 新しい太陽活動周期の極大値を予測してみる

杉谷 康雄 (近畿支部)

### 1. はじめに

太陽活動にほぼ 11 年周期の盛衰があり、その活動を表す度合として「黒点相対数」が使われていることは良く知られている。1755 年開始の周期を第 1 周期として、これまで 23 周期が記録されており、第 24 周期が始まったばかりである。11 年周期と名付けられているが、これまでの 23 周期について見てみると短い周期で 9 年、長い周期では 14 年近く続いており周期の長さにはかなりの幅がある。では、各周期の強さはどうだろうか。図 1 は最初の 9 周期のグラフであり、縦軸に黒点相対数の年平均値をとってある。図から分かるように太陽活動極大時の黒点相対数は、周期によってかなりの増減がみられる。すなわち、太陽活動の強さも周期によって大きく異なるのである。そこで、始まったばかりの第 24 周期の活動がどの程度の強さになるのか、黒点相対数を用い統計的手法を使って調べてみたい。

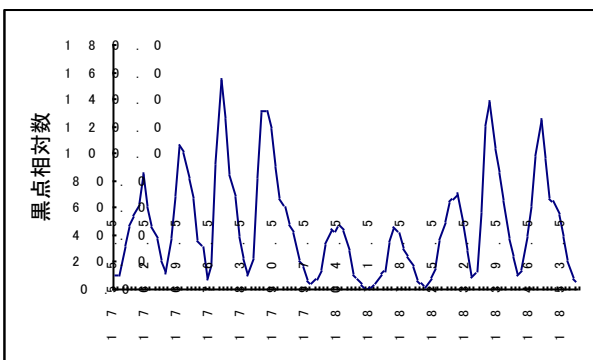


図 1 第 1 - 9 周期の黒点相対数 (年平均値)

### 2. 太陽黒点相対数の 13 ヶ月移動平均値

物事の変動を表すのに、移動平均値というものを使うことがある。ある時点  $i$  での値を

$X_i$  とすると、その値をそのまま使わずに次式、

$$\bar{X}_i = \left( \sum_{i-m}^{i+m} X_i \right) / (2m+1)$$

で計算した  $\bar{X}_i$  を移動平均値といい、時点  $i$  での値とするのである。これは  $i$  を中心に前後  $2m+1$  の範囲の平均値であり、 $m$  の範囲は任意に決めて良い (ただし  $m \neq 0$ )。なぜ移動平均値を使うのか。実際に移動平均値を使ってグラフを作ってみるとわかるが  $X_i$  の小さな変動は消えて、それを貫く大きな変動が見えやすくなるからである。

太陽黒点数の場合も月平均値をそのままグラフにすると変動が大きく、それを貫く 11 年周期が見えにくい。そこで、移動平均値が使われている。その計算式は上の式と少し違っていて、 $R_i$  を月平均黒点相対数[1]とすると、

$$\bar{R}_i = \left( \sum_{i-5}^{i+5} R_i + (R_{i-6} + R_{i+6}) / 2 \right) / 12$$

という式で計算され、13 ヶ月移動平均値と呼ばれている。13 ヶ月なのに 12 で割り算しているのはなぜか。それは、両端の値を半分にしてからで、 $\bar{R}_i$  は  $i$  を中心に前後 12 ヶ月 (1 年) の黒点数の平均値と考えて良い。この式と、そのグラフが天文年鑑の太陽面現象のページに載っているのので、見ていただくと参考になると思う[2]。11 年周期の極大値・極小値とその時期はこの 13 ヶ月移動平均値によって決められている。

### 3. 新周期開始時が確定した時点での予測

この原稿を書いている今は、2009 年 9 月で、8 月までの黒点相対数月平均値が分かっている[1]。それを使うと 2 月までの 13 ヶ月

移動平均値が計算可能で、その値は 2008 年 12 月に極小となり、その後増加している。そこで 2008 年 12 月を周期の境目と考えて新しい第 24 周期の極大値を予測してみる。

前節で  $i$  月の月平均黒点数を  $R_i$  としたが、以下では  $i$  を各周期共通に使用することにし、各周期の最初の月を  $i=0$  とする。そして、ひとつ前の周期の値を  $i<0$  で表す。第 24 周期では、2008 年 12 月が  $i=0$  の月になる。また、極大時の  $\overline{R_i}$  を特に  $R_{max}$  と表すことにする。 $R_{max}$  は極大時での 13 ヶ月移動平均値、すなわち、極大時を中心とした前後 1 年間の黒点数の平均値である。これを予測してみたい。

### 3-1. 単一変数での $R_{max}$ 予測

さて、 $R_{max}$  を予測することができる変数は何かないか？ 過去 23 周期のデータを色々調べていくうちに次のような変数  $X_1$  を探し出した。

$$X_1 = \left( \sum_{i=-37}^{i=-29} R_i \right) / 9$$

つまり、ある周期の極大値は、その周期が始まる月の 37 ヶ月前から 29 ヶ月前までの 9 ヶ月間の黒点数月平均値の平均と関係があるのである。これを図にしてみると図 2 のようになる。第 1 周期の一つ前の周期の極大期まで  $R_i$  のデータが存在しているので第 1 周期からの調査が可能であり、図 2 では 23 点がプロットされている。

$X_1$  と  $R_{max}$  の間にはかなり強い関係があるが、統計学ではこれを相関があるという。話が横道にそれるが、統計学ではこの相関の強さを表すのに相関係数という数値を使う。図 2 のデータ (23 の点) が完全に一直線上に並んだ場合、その直線の傾きが正なら相関係数は 1、傾きが負の場合は -1、両者に何の関係もなく点がばらばらに存在している場合の相関係数は 0 である。従って相関係数の範囲は -1 から 1 の間であり、値が 1 または -1

に近いほど強い相関があることになる。図 2 の相関係数は 0.84 であった。

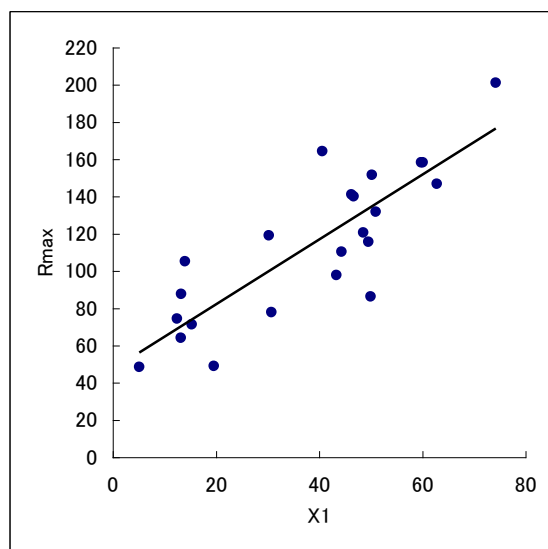


図 2 23 周期に対する  $X_1$  と  $R_{max}$  の相関

図 2 の中央斜めに引かれた直線は  $R_{max}$  と  $X_1$  の関係を表しており、回帰式と呼ばれているもので、 $R_{max} = 1.74 X_1 + 47.5$  である。この式を使って回帰式上の  $R_{max}$  が計算でき、これが予測される極大値ということになる。しかし実際の極大値 (図中の点) は直線から上下に少し離れており、その距離が予測値から外れた量になる。よく見るといくつかの周期ではこの直線からかなり離れている。この図を使ってそれらの周期の極大値を予測するならば、定量的にはもちろん、定性的な予測も外れると言われても仕方ないだろう [3]。そこでさらに  $R_{max}$  と相関のある他の変数を探し出し、複数の変数を使って、より確かな予測をしようと考えた。

### 3-2. 3 変数での $R_{max}$ 予測

新たな変数は周期開始時には計算可能な、つまり周期開始時以前のデータから得られるものでなければならない。探し出したのが次の 2 つの変数である。

13 ヶ月移動平均値を使って、今予測しよう

としている周期の1つ前の周期の極大時から、その時の Rmax 値の 59%まで 13ヶ月移動平均値が減少する時間(月)を X<sub>2</sub>とする。周期によってはいったん 59%以下に減少しても再び増加して 59%以上になることもある。その場合は最終的に 59%以下になるまでの時間を採用する。さらにその時から極小値になるまで、つまりその周期の終わりまでの時間を X<sub>3</sub>とする。

この X<sub>1</sub>～ X<sub>3</sub>の3つの変数を使って、Rmaxを予測しよう。そこで次のような式を考える。

$$a X_1 + b X_2 + c X_3 + d = ( ) \quad \dots\dots (1)$$

a ～ dに適当な数値を放り込んでやり、計算された答( )が Rmax になるようにすれば(1)式を使って極大値が予測できることになる。

この式は過去の 23 周期についてそれぞれ存在するので、全ての周期の( )と Rmax の差をできるだけ小さくするような a ～ d の値を求める事になる。正しくいうと差には正負があるため、23 個の差の二乗の和を最小にするような値を求めるのである。このような手法を回帰分析とよんでおり、ここでは複数の変数を使っているの特に重回帰分析というが、その詳しい理論説明は専門書にゆずりたい。重回帰分析の場合、回帰式は重回帰式、相関係数は重相関係数と呼ばれる。a ～ d を求める計算は非常に煩雑であるが、エクセルの関数を使うと瞬時に計算してくれる。その結果を、( )を y という文字で置き換えて表すと(1)式は、

$$1.38 X_1 + 1.99 X_2 - 0.67 X_3 + 38.03 = y \quad \dots\dots(2)$$

となった。この式で計算した値 y を横軸に、観測で得られた Rmax を縦軸にとったものが図 3 である。図 2 より相関が強くなっているのが分かるが、その強さの度合いを表す重相関係数は 0.95 である。

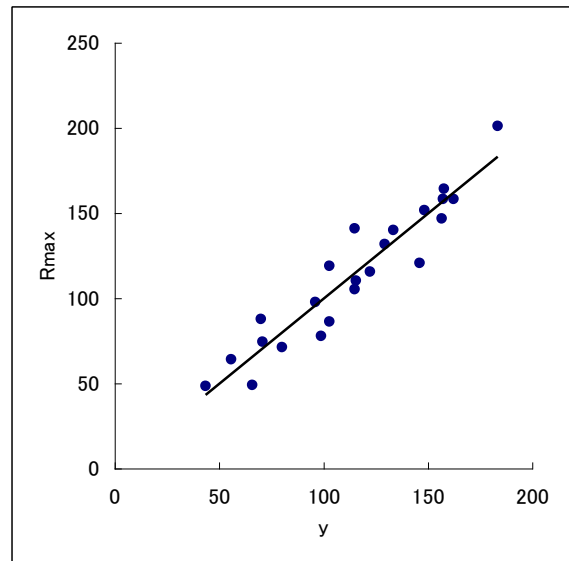


図 3 23 周期に対する y と Rmax の相関

この図 3 を使って第 24 周期の予測を試みたい。データを代表する中央の直線は重回帰式であり、各点を通る鉛直線とこの直線との交点の縦軸の値が y になっている[4]。そこで、図 3 を使って過去 23 周期を予測したと仮定すると、各点とその交点との間の距離が計算で求めた予測値 y と実際の極大値 Rmax との差、つまり、外れた量になる。この量の最大値を調べると第 4 周期 (y=114.8、Rmax=141.2 の点)の 26.4 であった。従って、計算で求めた y の値に±26.4 の幅を考えると過去 23 周期はすべてその幅の中におさまり予測できたという事になる。そこで新しい周期の極大値もこの幅の中におさまる確率が高いと考えて良いだろう。新しい周期の y を計算すると 90.0 となったので、90.0±26.4 (63.6～116.4) がその範囲である。

極大値 90.0 を、過去の周期と比較してみると弱い方であるが極端に弱いとは言えない。これまでの周期で最も弱かったのは、図 1 に示した第 5、第 6 周期で、その極大値は 49.2、48.7 である。もし、第 24 周期の極大値が上記予測範囲の最低値 63.6 になったとしても

これらの値より大きい。新しい周期が前代未聞の弱さになるという心配はなさそうである。

ところで、これまで説明してきた極大値予測範囲は、統計的計算に基づいたものではない。そこで念のため、その計算をやっておく。詳しい計算方法の説明は省くが、信頼率 90% を採用して第 24 周期の予測区間を求めると、 $90.0 \pm 26.5$  となった。先に求めた区間とほとんど同じ幅である。先に求めた予測区間の信頼率はほぼ 90% 程度だったのだ。信頼率は予測区間を計算する前に決めておくものであるがどんな値を採用してもかまわない。多くの統計ではよく 99% か 95% を採用している。信頼率を下げていくと予測範囲は小さくなっていくが、予測が外れる確率が高くなる。逆に信頼率を上げていくと当たる確率は高くなるが予測範囲はどんどん広がっていく。範囲が広くなり過ぎると予測するという意味がなくなってしまう。ここで採用した  $\pm 26.4$  の範囲は妥当なもののように思う。なぜなら、過去の全周期の極大値を言い当てているのだから。

#### 4. 周期開始後 2 年での予測

これまでの 23 周期のうち、周期が始まってから極大時までの期間が、最も短かったのが 2 年 10 ヶ月、長かったのが 6 年 10 ヶ月、平均で 4 年 3 ヶ月である。そこで、周期が始まってから 2 年たった時点までの情報を考慮すると、どの程度の予測が出せるか探してみた。2 年たつと、 $R_{24}$  までのデータを使うことができる。そこで、次の 3 つの変数を探し出した。

$$X_4 = \left( \sum_{i=20}^{i=24} Ri \right) / 5 - \left( \sum_{i=11}^{i=15} Ri \right) / 5$$

$$X_5 = \left( \sum_{i=-22}^{i=-5} Ri \right) / 18$$

$$X_6 = X_2 - X_{33}$$

ここで、3 つの変数の性質を見ておきたい。まず  $X_4$  であるが、先に説明した移動平均値を

思い出してもらおうと、これが「太陽黒点数月平均値の 5 ヶ月移動平均値グラフの、 $i=13$  から  $i=22$  までの 9 ヶ月間の増加量である」ことが理解していただけたらと思う。次に  $X_5$  は  $X_1$  の説明を読み返していただくと良い。数値が変わっているだけであり、本質的に  $X_1$  と同じものかも知れない。 $X_6$  であるが、 $X_{33}$  は、 $X_3$  を求める時の 59% を 34% に置き換えたものである ( $X_2$  はそのまま)。すなわち、1 つ前の周期の 13 ヶ月移動平均値グラフの値が  $R_{max}$  の 34% まで減少した時から極小時までの時間が  $X_{33}$  である。後は 3-2 で説明したのと全く同じ繰り返しになる。その結果得られた式は、

$$1.05 X_4 + 1.42 X_5 + 0.96 X_6 + 63.06 = Y \dots (3)$$

であった。 $Y$  を横軸に  $R_{max}$  を縦軸にとったものが図 4 である。重相関係数は 0.98 であり、かなり 1 に近い。

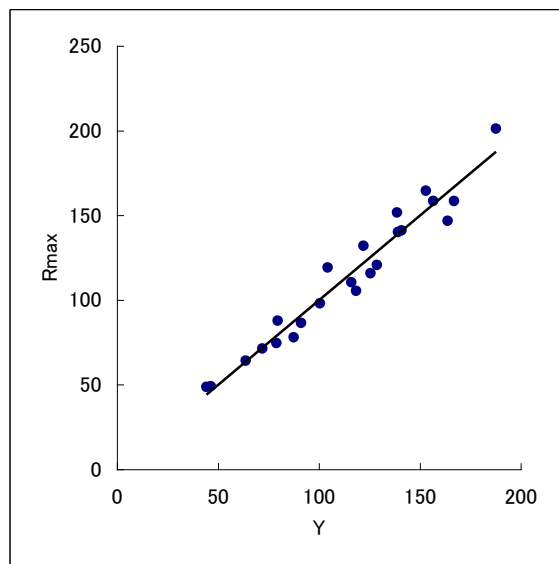


図 4 新周期データを加えた Y と  $R_{max}$  の相関

図 4 を見ていただくと分かるように、図 3 よりも絞り込んだ予測が可能である。計算によって求めた  $Y$  の値と  $R_{max}$  との差を過去 23 周期について調べてみると最大値は 16.9 であった。(3)式で計算した  $Y$  の値に  $\pm 16.9$

の幅を考えると、これまでの 23 周期の極大値はすべて言い当てられたことになる。新しい周期の  $R_{\max}$  もその範囲に入るだろうか。2011 年 1 月以降に図 4 を使った予測を行ってみたい。

## 5. 変数について

さて、ここで変数の探し方について少し補足しておきたい。図 3、図 4 共に、まず 3 つの変数を決定して、その後、重回帰分析を行って図を描いたように説明されているが正しくいうと順番はむしろ逆である。

まず最初に、図 2 のように 1 つの変数で  $R_{\max}$  と高い相関のある変数をいくつか探し出して置く。その後、それらの中から 3 つの変数を使って重回帰分析を行い、その結果、重相関係数が最大になったものがここに出てきている変数である。どの 3 つの組み合わせが最も良いかは、計算してみないと分らない。全ての組み合わせを考え、総当たりで探すことになる。

ところで、ここでは変数 3 個の重回帰分析を行ったが、変数の数をもっと増やせばさらに高い相関が得られるのではないかと考えるかも知れない。その通りである。しかし、統計ではできるだけ少ない変数で高い相関を得たものが良いとされている。変数を増やして少しだけ相関が良くなった場合、果たしてそのほうがいいのかどうか、変数が増えた分だけ結果を少し差し引いて考えてみないといけないのである。ここでは、変数は 3 個程度にとどめておくのが妥当ではないかと判断した。

## 6. 考 察

黒点 11 年周期の開始時が確定した時点で、3 変数  $X_1 \sim X_3$  を使うことにより、その周期の極大時の黒点数の定量的予測が可能である。周期が始まって 2 年経った時点では、この定

量的予測は変数  $X_4 \sim X_6$  を使ってさらに狭い範囲に絞り込める。

(2), (3)式の係数  $a \sim d$  の値は周期が増える度に計算し直す必要があるが、変数  $X_1 \sim X_6$  についてもそのつど調査して多少の変更をする性質のものであると考えている。さらに探していけば  $R_{\max}$  を予測するもっと良い変数が見つかるかも知れない。

なお、図 2～図 4 について、なぜこのような相関があるのかという物理的因果関係の説明はなされていないことは理解しておく必要がある。

## 文献 及び 注

- [1] <http://sidc.oma.be>
- [2] 天文年鑑 (2009), 誠文堂新光社, pp.194-195.
- [3] 過去の周期のデータから作った図 2 を使って、その過去の周期を予測していることに疑問を感じるかも知れない。過去の周期と全く同じパターンの周期が未来に現れ、それを予測しようとしていると考えてもいいし、図 2 を持って過去にタイムスリップしたと考えてもいい。ともあれ、図 2 を使って未来を予測することの有効性を吟味しているのである。
- [4] 重回帰式の傾きは 1 で原点を通る。従って、直線上の任意の場所の座標は  $(y, y)$  となる。

杉谷 康雄