

エポックⅡ：宇宙の晴れ上がり

～輻射と物質の時代の終わり&暗黒時代の始まり（後編1）

福江 純（大阪教育大学）

承 前

時刻 1 分頃（温度 10⁹K）には中性子と陽子から作られた重水素が分解されずに残るようになり、それらが核融合反応を起こして、ヘリウム、リチウム、ベリリウムなどの軽い原子核が合成されはじめる。

宇宙が生まれて約 47000 年までは輻射が優勢なので、「元素合成 (nucleosynthesis)」が起こったところ～最初の 3 分間～は、宇宙の温度変化は時間の単純な関数である。前出の (31) 式（『天文教育』2008 年 1 月号 17 ページに掲載）を少し書き換えると、以下のように表すことができる。

$$T(t) \sim 10^{10} \left(\frac{t}{1 \text{ s}} \right)^{-1/2} \text{ K} \quad (44)$$

$$k_B T(t) \sim 1 \left(\frac{t}{1 \text{ s}} \right)^{-1/2} \text{ MeV} \quad (45)$$

5. 元素の合成

ここらへんの時代は、いろんな反応がほぼ同時期に起こっていて、とても錯綜している。ぼく自身、頭がこんがらがってきたので、最初に少しアウトラインをまとめてみよう。

まず、先に述べたように、レプトンの凍結と消滅があった。すなわち、ビッグバンから約 3 秒後、温度約 100 億 K で ($t=3$ 秒、 $T=100$ 億 K=1MeV)、素粒子反応のスープから電子ニュートリノが分離し、ニュートリノの粒子数は“凍結”した。さらに約 100 秒後、約 40 億 K で ($t=100$ 秒、 $T=40$ 億 K=511keV)、電子と陽電子が対消滅する。

これらのレプトンの変化と平行して、元素

の元であるバリオンの様相も変化する。すなわち、ニュートリノが凍結したのと時を同じくして、ビッグバンから約 3 秒後、温度約 100 億 K で ($t=3$ 秒、 $T=100$ 億 K=1MeV)、中性子と陽子の比も、いったん、

$$\text{中性子数} / \text{陽子数} = 0.2$$

に“凍結”する。そして、数秒から 100 秒後ぐらいにかけて、重水素 (D)、ヘリウム 3 (³He)、ヘリウム 4 (⁴He)、リチウム (Li) などが合成される（この元素合成で自由中性子の数は激減する）。元素合成が起こるこの時期を「元素生成の時代 (Era of Nucleosynthesis)」と呼ぶ。

物質粒子という観点から言えば、元素の合成はクォークやハドロンの生成と連続したもののだが、水素やヘリウムなど通常の物質（バリオン物質）の生成は、元素合成として、少し分けて考えることが多い。

なお、ここで特記すべきことは、ビッグバン宇宙初期の元素合成においては、ヘリウムやせいぜいリチウム程度の軽元素しか合成されなかったことである。核融合プロセスについては後述するが、よく知られているように、現在の宇宙でも星の中心部では核融合が起こっている。そして、重力によって束縛された恒星中心部では、しばしば、核融合プロセスは軽元素で止まらずに、鉄やニッケルなどの重元素まで進む。しかし、ビッグバン宇宙初期においては、宇宙の急激な膨張によって、プラズマの温度や密度が急激に減少し、核融合が十分に進行するための時間が足りなかったのである。

その結果、核融合は中途半端に終わって、宇宙初期の元素組成は、重量比にして、だいたい、

<初期宇宙>

水素 X=75%

ヘリウム Y=25%

その他の重元素 Z=ほぼ 0%

となった。一方、現在の宇宙では、

<現在宇宙>

水素 X=73%

ヘリウム Y=25%

その他の重元素 Z=2%

が標準組成である。たった 2%とはいえ、ほんのわずかな重元素（チリ）が、星を作る際の冷却剤にもなり、惑星の原料でもあり、何より生命の素材になっているのだから、現在の宇宙で重元素は大変重要な役割を果たしている。なお、天文学では慣例的に、水素とヘリウム以外の元素を「重元素（metal）」と呼び、その重量比を大文字の Z で表す。

誰かが膨張速度をファインチューニングしたとは思わないが、このことは、他の物理定数のナイーブさなどと同様、生命や人類の発生にとっても非常に重要なポイントだ。膨張速度が遅くて核反応が十分に進行し、宇宙中が鉄やニッケルだらけになっていたら、かなり困った事態になったことだろう。困った事態を認識する生命もいなかっただろうが。

5.1 中性子の凍結

宇宙開闢から1万分の1秒後 ($t = 10^{-4}$ 秒、 $T = 1$ 兆 $K = 100 \text{ MeV}$) に起こった、クォークからハドロンへの QCD 相転移の後には、宇宙に存在する物質は、レプトンとしては電子（および陽電子）、3種類のニュートリノ（および反粒子）、またバリオンとしては陽子と中性子、そして大量の光子だった。

そして宇宙開闢から数秒後、温度が約 100 億 K ($T = 100$ 億 $K = 1 \text{ MeV}$) よりも高い時

期には、これらの物質は完全に熱平衡状態になっていたはずである。すなわち、弱い相互作用を通じて、中性子 (n) と電子ニュートリノ (ν_e) は陽子 (p) と電子 (e) に相互変換し [(46)式]、中性子と陽電子は陽子と反電子ニュートリノに相互変換し [(47)式]、自由中性子は陽子と電子と反電子ニュートリノに崩壊していた [(48)式]。また、電子と陽電子は対消滅および対生成で光子 (γ) と変換していた [(49)式]。

$$n + \nu_e \rightleftharpoons p + e^- \quad (46)$$

$$n + e^+ \rightleftharpoons p + \bar{\nu}_e \quad (47)$$

$$n \rightleftharpoons p + e^- + \bar{\nu}_e \quad (48)$$

$$e^- + e^+ \rightleftharpoons \gamma + \gamma \quad (49)$$

熱平衡になっていれば、ものごとはたいていはとても単純になることが多い（地球や人間が複雑なのは熱平衡から大きく離れているためだ）。しかも、ここらへんの温度・密度領域では、縮退などの量子効果はもう効いておらず、中性子も陽子も古典的粒子として扱える。すなわち、中性子と陽子の個数密度は、（パウリの排他律にしたがう）量子力学的なフェルミ-ディラック分布ではなく、(50)式と(51)式の、いわゆる古典的な「マクスウェル-ボルツマン分布 (Maxwell-Boltzmann distribution)」で記述される。

$$n_n = g_n \left(\frac{2\pi m_n k_B T}{h^2} \right)^{3/2} \times \exp \left(- \frac{m_n c^2}{k_B T} \right) \quad (50)$$

$$n_p = g_p \left(\frac{2\pi m_p k_B T}{h^2} \right)^{3/2} \times \exp \left(- \frac{m_p c^2}{k_B T} \right) \quad (51)$$

これらの(50)式および(51)式で、 k_B はボルツマン定数、 h はプランク定数、 c は光速で

ある。また g_n と g_p は、それぞれ、中性子と陽子の「統計的重み (statistical weight)」と呼ばれる量である。中性子も陽子もスピンの $1/2$ のフェルミ粒子で、“異なるスピンの 2 つの粒子” が同じエネルギー状態に存在できるので、統計的重みは、どちらも 2 となる [(52)式]。さらに m_n と m_p は、それぞれ、中性子と陽子の質量で、それらの比はほぼ 1 だが [(53)式]、それらの差は、静止質量で測ると 1.29MeV になる [(54)式]。この静止質量の差が、重要になるようだ。なお、 T はもちろん、中性子や陽子などを含む宇宙初期高温プラズマの温度である。

$$g_n = g_p = 2 \quad (52)$$

$$(m_n/m_p)^{3/2} = 1.002 \quad (53)$$

$$Q \equiv (m_n - m_p)c^2 = 1.293 \text{ MeV} \quad (54)$$

さて、上記の数値を考慮して、中性子の個数密度と陽子の個数密度の比、および、中性子の個数密度の全体に対する比を取ると、(55)式および(56)式となる。ここで比率を取ったときに、中性子と陽子の質量比は、ほぼ 1 とみなした。ただし、静止質量エネルギーの差 Q は無視できない。その結果、個数密度の比率には、(55)式のように、指数的な変化が現れることになった。

$$\frac{n_n}{n_p} = \exp\left(-\frac{Q}{k_B T}\right) \quad (55)$$

$$\frac{n_n}{n_n + n_p} = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{Q}{k_B T}\right)} \quad (56)$$

この個数密度の比率をグラフで表したのが、図 21 および図 22 である。

式あるいは図からわかるように、温度が十分に高いとき、具体的には、

$$k_B T \gg Q = 1.29 \text{ MeV}$$

$$T \gg 1.5 \times 10^{10} \text{ K}$$

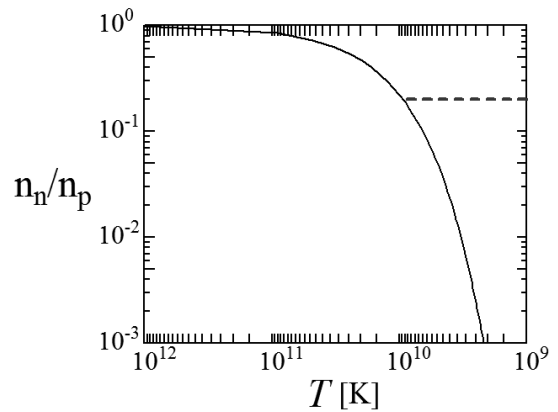


図 21 熱平衡状態にある中性子の個数密度と陽子の個数密度の比 (実線)

時間が経って温度が下がるにつれて、中性子の割合は減っていく。破線は中性子が凍結されたときの割合。

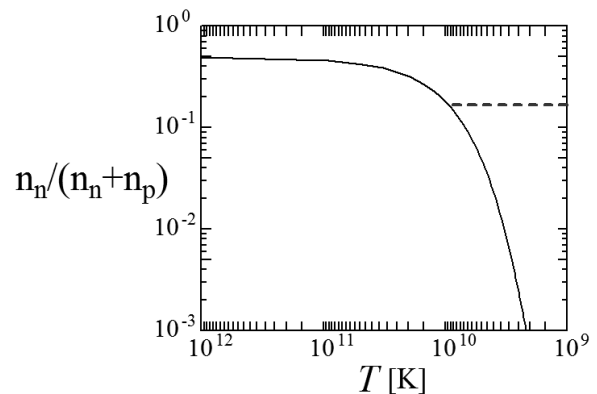


図 22 熱平衡状態にある中性子の個数密度と全体の個数密度の比 (実線)

時間が経って温度が下がるにつれて、中性子の割合は減っていく。破線は中性子が凍結されたときの割合。

では、中性子と陽子の数は同じで、比率は 1 になる。あるいは、

$$\text{中性子の全バリオンに対する比} = 1/2$$

である。しかし、時間が経って温度が下がるにつれて、中性子の割合は指数的に減少していく。これは、中性子の質量が陽子の質量よりほんのわずかだけ大きいことが原因である。

中性子と陽子がずっと熱平衡のままだと、中性子の割合はどんどん減少するが、宇宙開闢から数秒後、温度が約 100 億 K ($T=100$ 億 K=1MeV) ぐらいになると、中性子と陽子は熱平衡が保てなくなる。

先に述べたように、ニュートリノ反応を含む弱い相互作用を通じて、中性子と陽子は熱平衡になっていたわけだが、そもそも“弱い”相互作用というように、弱い相互作用の反応率は非常に低い。だからこそ、ニュートリノは人体も地球も素通りする。

宇宙初期は高温で高密度だったために、ニュートリノとプラズマが相互作用できたが、宇宙膨張と共に、プラズマの温度や密度が減少すると、高温プラズマは、(光に対してはまだ不透明だが) ニュートリノに対しては透明になる。具体的な条件は、弱い相互作用の衝突断面積 σ と、プラズマの個数密度 n と宇宙のサイズ c/H (H はハッブル定数) の積が 1 より小さくなることだ：

$$\sigma nc/H \ll 1$$

この段階でニュートリノは宇宙プラズマと相互作用しなくなり (ニュートリノが宇宙のサイズを突っ走っても、1 個以下のプラズマ粒子としか反応しない)、ニュートリノの個数は凍結する。同時に、陽子に対する中性子の比も凍結する。

より細かい、凍結時刻、凍結温度、凍結エネルギー、そして中性子と陽子の比は、(57) 式～(60)式のようになる。

$$t_{\text{freeze}} = 1 \text{ s} \quad (57)$$

$$T_{\text{freeze}} = 9 \times 10^9 \text{ K} \quad (58)$$

$$k_B T_{\text{freeze}} = 0.8 \text{ MeV} \quad (59)$$

$$\begin{aligned} \frac{n_n}{n_p} &= \exp\left(-\frac{Q}{k_B T_{\text{freeze}}}\right) \\ &= \exp\left(-\frac{1.29 \text{ MeV}}{0.8 \text{ MeV}}\right) \\ &\sim 0.2 \end{aligned} \quad (60)$$

図 21 と図 22 の破線で表してあるように、中性子の陽子の対する比は 0.2、中性子の全バリオンに対する比は 0.166 ぐらいで、(中性子が β 崩壊する 15 分間 (890 秒) のあいだ、あるいは元素合成が起こるまでの束の間のあいだ) 凍結される。

最後に、これらの話、すなわち宇宙のごく初期には中性子と陽子は熱平衡になっていて、宇宙膨張で温度や密度が下がり、中性子-陽子比が 1:4 に固定されることを最初に示したのは、林トラックで有名な林忠四郎である (1950 年)。

5.2 核融合反応

宇宙初期の元素合成に行く前に、現在でも星の内部などで起こっている、一般の核融合反応 (pp チェインと CNO サイクル) について、少し復習しておきたい。

さまざまな核種の中の核融合反応は、さまざまな化学物質の中の化学反応と基本的には同じようなものだと考えてよい (ぼくのように化学が苦手だった人間にとっては、化学反応と同じだと言われても、たいして気休めにはならないだろうが)。核融合反応では核子の結合エネルギー (強い力や弱い力) を利用するのに対し、化学反応では電子の結合エネルギー (電磁力) を使う点が異なるだけだ。そして、星の内部の核融合反応では、水素が順次結合していく「陽子陽子連鎖反応 (proton-proton chain ; pp chain ; pp チェイン)」のような単純な反応もあれば、「CNO 循環反応 (CNO cycle ; CNO サイクル)」のような触媒反応もある。

たとえば、単純な化学反応の例として、図 23 に示したのは、メタンの燃焼反応である。この反応では、1 個のメタン分子と 2 個の酸素分子が反応して、1 個の二酸化炭素分子と 2 個の水分子に変化する。その過程で、化学エネルギーが放出される。

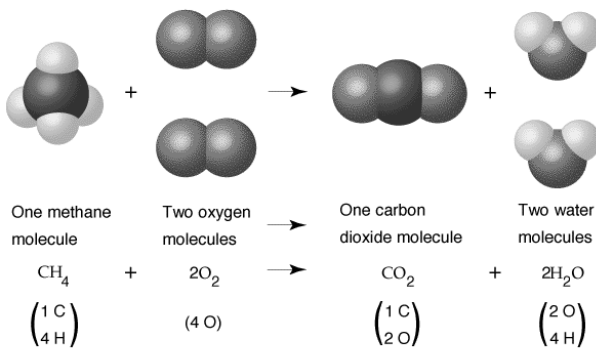


図 23 メタンの燃焼

(出典 http://itl.chem.ufl.edu/2045_s00/matter/FG03_003.GIF)

このような単純な化学反応に似ている核融合反応が、図 24 に示した、「陽子陽子連鎖反応 (pp チェイン)」である。陽子陽子連鎖反応の場合、まず 2 個の陽子 (p) が融合して 1 個の重水素 (D) になり (その過程で陽電子とニュートリノを放出する)、その重水素は別の陽子と融合してヘリウム 3 (^3He) になり (光子を放出する)、さらに別の経路でできたヘリウム 3 と融合して通常のヘリウム (^4He) になる (2 個の陽子を放出する)。

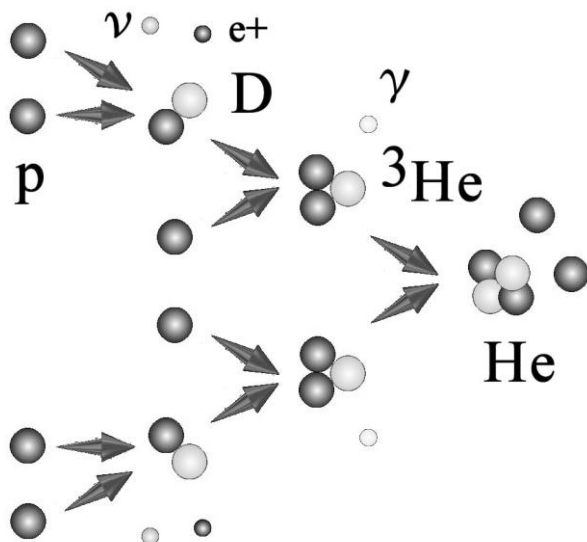
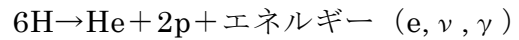


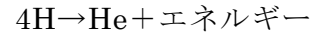
図 24 陽子陽子連鎖反応

すなわち、トータルでは、6 個の陽子 (p) が、重水素 (D) とヘリウム 3 (^3He) を経て、ニュートリノ (ν) や陽電子 (e^+) や光子 (γ)

を放出しながら、最終的に 1 個のヘリウム (He) と 2 個の陽子に変換する：



その差引勘定としては、



と簡略に書かれるが、けっして、“4 個の水素が一度に融合してヘリウムになる” のではない。2 個ずつの融合をジミに繰り返して、やっとこさ、上記のような結果になるのである。

ちなみに、各ステップの反応時間について、詳しく書かれたのを見つけたので、図 25 に示しておく。この図の反応時間は、プラズマの温度や密度にも依存するので、一概には言えないが、一つの目安になるだろう。陽子と陽子の融合 (約 10 億年) やヘリウム 3 とヘリウム 3 の融合 (約 100 万年) が極端に長く、重水素と陽子の融合 (約 1 秒) が極端に短いのは、主として電磁的な反発力に関係している (はず)。ちなみに、化学反応で一番時間がかかる経路を律速段階というが、陽子陽子連鎖反応の律速段階は陽子同士の融合で、そのタイムスケールが全体のタイムスケールを左右している。

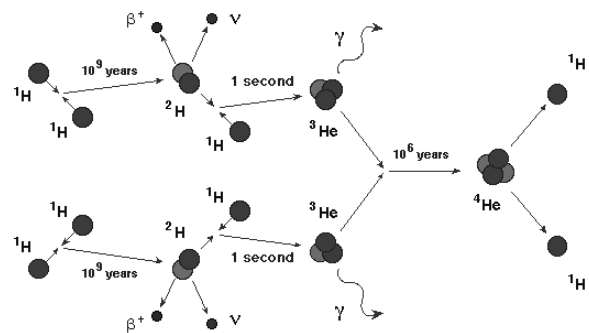


図 25 陽子陽子連鎖反応 (詳細)

(出典 <http://csep10.phys.utk.edu/astr162/lect/energy/cno-pp.html>)

もう一つの化学反応の例としては、循環反応として、図 26 に示した生体内での「クレブス回路 (Krebs cycle)」が有名だろう。高

校生物で習って以来、30 余年ぶりに眺めてみると、なかなか複雑である。よくよく比べてみれば、CNO 循環反応よりもはるかに複雑だ。高校でクレブス回路が教えられるなら、核融合反応を教えるのは楽勝だろう。

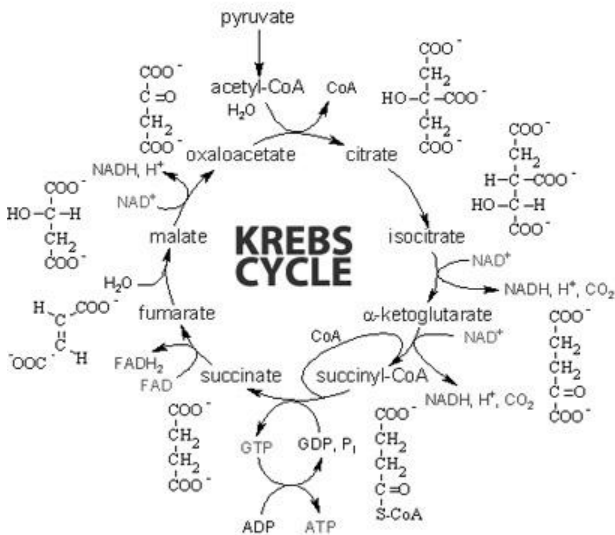


図 26 生体内のクレブス回路

(出典 http://www.biomatrixone.com/images/page_graphics/min_krebs.jpg)

このような循環反応に似ている核融合反応が、図 27 に示した、「CNO 循環反応 (CNO サイクル)」である。図 27 のサイクルの上部から見ていくと、まず ¹²C と陽子が融合して ¹³N となり (光子を放出)、その ¹³N が β 崩壊して ¹³C になる (陽電子とニュートリノを放出)。今度はその ¹³C と陽子が融合して ¹⁴N になり (光子を放出)、さらに陽子と融合して ¹⁵O になる (光子を放出)。その ¹⁵O が β 崩壊して ¹⁵N となり (陽電子とニュートリノを放出)、最後に ¹⁵N と陽子が反応して、¹²C と ⁴He になって、サイクルを一巡する。

この一巡の過程で、差引勘定すると、4 個の水素 H からヘリウム ⁴He が合成されることになる。一方、C と N と O は同位体を経ながら変換していくが、最終的には元に戻ってしまうので、ある種の触媒として作用していることがわかる。すなわち、CNO 循環反応

は「触媒反応」でもある。

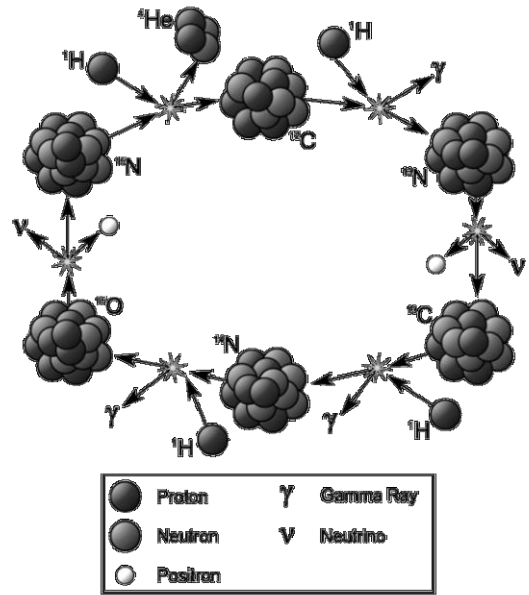


図 27 CNO 循環反応

(出典 http://commons.wikimedia.org/wiki/Image:CNO_Cycle.png)

ただし、この CNO 循環反応が起こるためには、触媒となる CNO が必要なので、ある程度の元素汚染が進んだ星の内部では起こるが、当然のことながら、CNO の存在しない初期宇宙では起こらない。

なお、陽子陽子連鎖反応と CNO サイクルは、温度にかなり敏感に依存する (図 28)。図 28 の横軸は、100 万 K を単位とした温度で、メモリ 10 が 1000 万 K に対応する。一

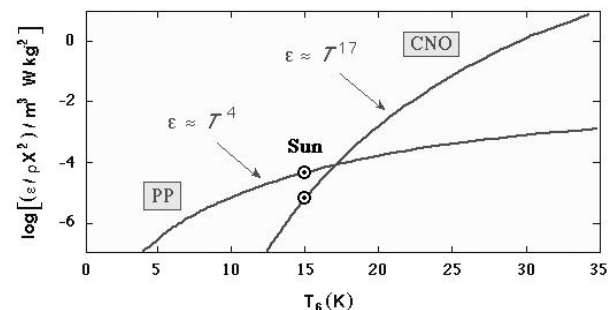


図 28 陽子陽子連鎖反応と CNO サイクルの温度依存性

(出典 <http://csep10.phys.utk.edu/astr162/lect/energy/cno-pp.html>)

方、図 28 の縦軸は、pp チェインと CNO サイクルの核融合反応率だが、対数であることを注意してほしい。太陽ぐらいよりも中心部の温度が低い星では pp チェイン優勢だが、中心部の温度が高い大質量星では CNO サイクルが卓越する。

さて、以上は、代表的な核融合反応を挙げたわけだが、次なる段階は、さまざまな核種の中のさまざまな反応を数え上げたグラフ「核反応ネットワーク」である。すなわち、適当な温度状態で何種類かの原子や分子があると、それらの間に化学反応のネットワークができるように、高温状態で何種類かの元素があれば核反応のネットワークが生じるわけだ。

化学物質の種類の数に比べれば、核種は 90 種程度だから（同位体を含めるともっと多いが）、おそらく化学反応よりは簡単だろう。したがって、先にも述べたように、化学に慣れた人（好きな人）は核反応を理解するのは簡単だと思う。逆に、化学に泣いた人は核反応も苦手かも知れない。ぼくは後者なので、ぼくにとっては、天文学の分野の中でも、核反応は鬼門だった。たった 90 種とはいえ、核種間の核反応ネットワーク図を眺めただけで、頭が痛くなる方である。まあ、今回の記事のようなものでもなければ、ネットワーク図を調べることなど一生なかつたろう。

ふたたび化学反応を例に取ってみよう。図 29 に示したのは、水素・炭素・酸素の間の化学反応ネットワークの例である。それぞれの原子や分子が、酸化反応や還元反応や縮合反応によって、変化し合うことを示している。

対して、図 30 は、何十種類もの核種の中の核融合反応ネットワークの例だ。これだけみると、化学反応より複雑そうだが、化学反応（酸化・還元などなど）の多様性に比べれば、核反応は限られているので、核種の数

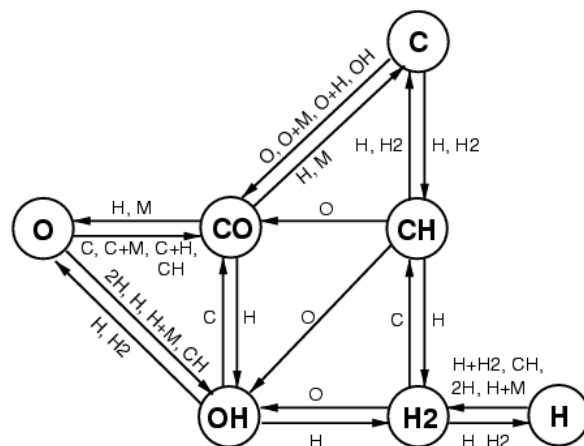


図 29 化学反応ネットワークの一例
 (出典 http://folk.uio.no/svenwe/research/pam/image/w05_chemreac.png)

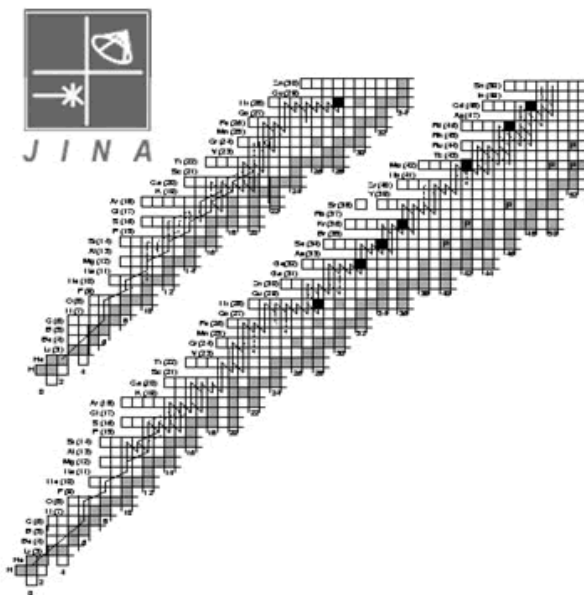


図 30 縦軸を原子番号、横軸を質量数で表した、核反応ネットワークの一例
 縦方向には下から上へ、中性子、水素、ヘリウムという核種が配置され、同じ列の横方向は同位体の違い。次の図を先に見た方がわかりやすいかもしれない。核子を 1 個分だけ捕獲して、原子番号が増えたときには上へ 1 桁進み、質量数が増えたときには右へ 1 桁進む。ヘリウム原子核（ α 粒子）の捕獲では、原子番号が 2 増え質量数が 4 増えるので、斜め方向に、上へ 2 桁、右へ 4 桁進む。

(出典 <http://www.jinaweb.org/events/netwk05/netwk05.html>)

多い割には見かけより簡単のようだ。さらに、すぐつぎに見るように、初期宇宙では、核種が少ないので、より単純になる。

5.3 初期宇宙の核融合反応

以上、核反応についてまとめたところで、いよいよ初期宇宙の核融合反応ネットワークを考えてみよう。

上で述べたように、宇宙初期の核融合反応は、星の内部の核融合反応に比べると、核種が限られている分、はるかに単純である。水素と重水素とヘリウムと少しの軽元素しかないので、反応ネットワークの経路がとてま少なくなるためだ。

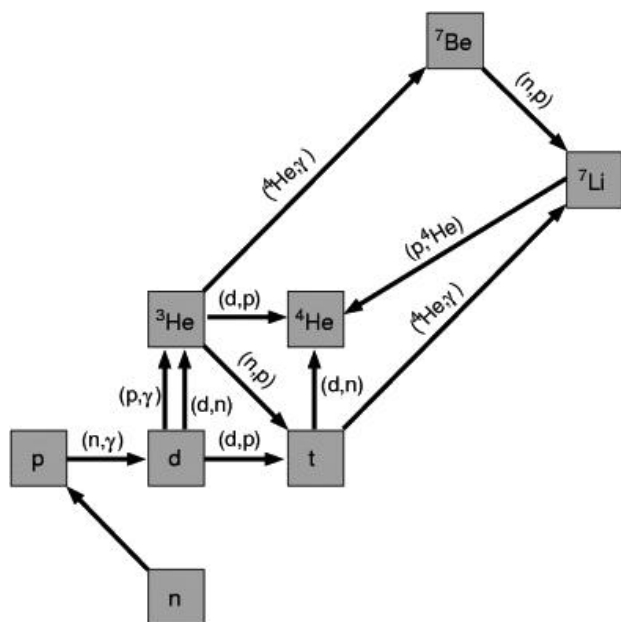


図 31a 初期宇宙の核反応ネットワーク
核子(陽子または中性子)を1個だけ捕獲して、原子番号と質量数が増えたときには上へ1桁進み、質量数だけが増えたときには右へ1桁進む。ヘリウム原子核(アルファ粒子)の捕獲では、原子番号が2増え質量数が4増えるので、斜め方向に、上へ2桁、右へ4桁進む。一番下の左斜め上の矢印は、中性子のβ崩壊。

(出典 http://www.einstein-online.info/en/images/spotlights/BBN_physI/reactions.gif)

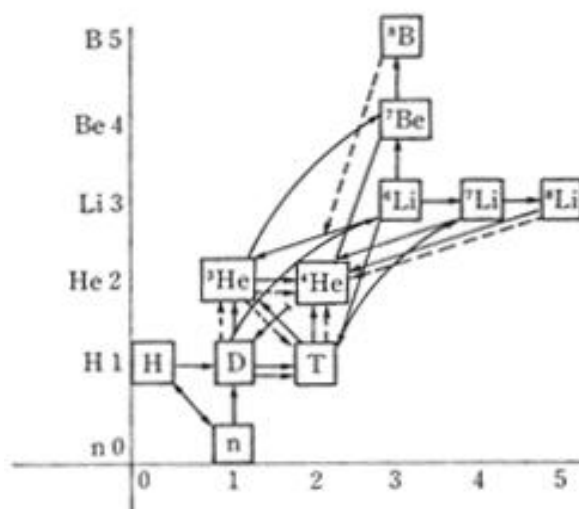


図 31b 初期宇宙の核反応ネットワーク
(早川幸夫他編『現代の宇宙論』より)

具体的な例を図 31a と図 31b に示す。この図などを参考にしながら、初期宇宙で生じる核融合反応について、数え上げていこう。なお以下では、通常の水素(原子核)は p (または H)、重水素(deuterium)は D (または d)、三重水素(tritium)は T (または t) で表す。

5.3.1 最初の反応

さて、宇宙開闢から数秒後、温度が約 100 億 K ($T=100$ 億 K = 1MeV) ぐらいになると、中性子と陽子は熱平衡が保てなくなる。この少し後(後述するように約 100 秒の時期)から元素合成が始まると考えていいだろうが、この時期に存在するバリオンは陽子と中性子だけである(中性子の数は陽子の約 1/5)。したがって、最初に起こる核反応も、陽子と中性子の組み合わせだけに限られる。

そのうち、自由中性子のβ崩壊 [(61)式] は約 890 秒 = 15 分後まで起こらない。また、陽子同士の融合 [(62)式] や中性子同士の融合 [(63)式] は、両方とも弱い相互作用が関与する反応なので、非常に反応率が低いため、実質的に無視できる。

$$n \rightleftharpoons p + e^- + \bar{\nu}_e \quad (61)$$

$$p + p \rightleftharpoons D + e^+ + \nu_e \quad (62)$$

$$n + n \rightleftharpoons D + e^- + \bar{\nu}_e \quad (63)$$

$$p + n \rightleftharpoons D + \gamma (2.22 \text{ MeV}) \quad (64)$$

結局、最初に起こる核反応で重要なのは、陽子と中性子が融合して重水素になる反応 [(64)式] である。この反応は強い相互作用が関与する反応なので、非常に速く起こり、元素合成の最初期には、陽子・中性子・重水素はほぼ熱平衡になっている。すなわち、陽子と中性子が融合して重水素になり 2.22MeV のエネルギー光子を放出する反応と、重水素が 2.22MeV 以上のエネルギー光子を吸収して陽子と中性子に分解する反応が釣り合っている。いわゆる化学平衡と同じような状態になっているわけだ。

もし陽子と中性子と重水素が熱平衡になっていれば、もっと高温時に陽子と中性子が熱平衡になっていたときと同じ議論ができる。すなわち、まず陽子、中性子、重水素は、(65)式から(67)式のように、それぞれ同じ温度のマクスウェル-ボルツマン分布になっていると考えてよい。これら 3本の式から、重水素の個数密度と陽子および中性子の個数密度の積の比として、(68)式が得られる。

$$n_n = g_n \left(\frac{2\pi m_n k_B T}{h^2} \right)^{3/2} \times \exp \left(-\frac{m_n c^2}{k_B T} \right) \quad (65)$$

$$n_p = g_p \left(\frac{2\pi m_p k_B T}{h^2} \right)^{3/2} \times \exp \left(-\frac{m_p c^2}{k_B T} \right) \quad (66)$$

$$n_D = g_D \left(\frac{2\pi m_D k_B T}{h^2} \right)^{3/2} \times \exp \left(-\frac{m_D c^2}{k_B T} \right) \quad (67)$$

$$\frac{n_D}{n_p n_n} = \frac{g_D}{g_p g_n} \left(\frac{m_D}{m_p m_n} \right)^{3/2} \left(\frac{2\pi k_B T}{h^2} \right)^{-3/2} \times \exp \left(\frac{E}{k_B T} \right) \quad (68)$$

これらの式で、 g_D は、重水素の統計的重み [(69)式] で、 m_D は重水素の質量 [(70)式] を表す。さらに E は、(67)式を(65)式と(66)式で割ったときに出てくる、指数の肩の静止質量エネルギーの差で、重水素の結合エネルギーを表している。陽子と中性子が融合するときには、この結合エネルギー (2.22MeV) が解放されることになる。ある程度の数値を入れると、(68)式は(72)式のように、少し簡単になる。

この(72)式で重要なのは、陽子と中性子の熱平衡のときと同じく、指数の部分である。この指数の部分が温度に敏感に変化するため、陽子と中性子と重水素の熱平衡プラズマに置いて、温度が十分に高ければ、重水素はほとんど存在しないが、(宇宙膨張と共に) 温度が下がるにつれて、急激に重水素の割合が増えていくことになる。

そして、核融合でできた重水素の個数が中性子の個数と同じくらいになったときが、(最初の) 元素合成の時期と考えていだろう。具体的な数値を入れて、最初の元素合成 (重水素合成) の温度および時間を見積もってみると、

$$\begin{aligned} \text{重水素合成の温度} &= \text{約 } 0.066 \text{ MeV} \\ &= 7.6 \times 10^8 \text{ K} \end{aligned}$$

$$\text{重水素合成の時期} = \text{約 } 200 \text{ 秒}$$

となる。

$$g_n = g_p = 2, \quad g_D = 4 \quad (69)$$

$$m_n = m_p = m_D/2 \quad (70)$$

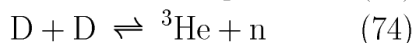
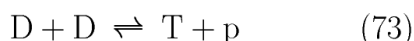
$$\begin{aligned} E &\equiv (m_p + m_n - m_D)c^2 \\ &= 2.22 \text{ MeV} \end{aligned} \quad (71)$$

$$\frac{n_D}{n_p n_n} = 6 \left(\frac{4\pi k_B T}{h^2} \right)^{-3/2} \times \exp\left(\frac{E}{k_B T}\right) \quad (72)$$

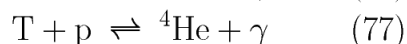
5.3.2 軽元素の合成

陽子と中性子の核融合で重水素 (D) が生成されると、つぎは、重水素を材料としたり触媒としたりして、ヘリウム 3 (^3He)、通常のヘリウム (^4He)、そしてリチウム (Li)、ベリリウム (Be) など軽元素の合成が進む。もっともここらへんになると、化学反応式が苦手な人間は、だんだん面倒になってくるので、結果だけ挙げていこう。

たとえば、(73)式から(75)式の反応によって、重水素と重水素などから、三重水素やヘリウム 3 など、核子が三つの元素が合成される。



つづいて、(76)式から(80)式などによって、重水素や核子が 3 個の元素同士が融合して、ヘリウムができる。ここでようやく通常のヘリウムの登場というわけだ。



核融合のおさらいでも少し触れたが、3 個の粒子や 4 個の粒子が同時に会える確率は非常に低いので、2 個の粒子が地道に核融合を繰り返して、核子の数を増やしていくことになるのである。

なお、宇宙膨張のタイムスケール (温度が

下がるタイムスケール) に比べて、ここまでの反応のタイムスケールは十分に短いので、結局、初期に存在していた自由中性子の多くは、重水素などを経由して、ヘリウム原子核に閉じ込められることになる。一方、その他の自由中性子は約 15 分で β 崩壊してしまう。それらの割合は細かい計算によって異なるようだが、だいたい 3 : 1 ぐらいだろうか。

さらに、(81)式から(83)式などで、ヘリウムと重水素などが融合して、リチウムやベリリウムが合成される。



ただし、質量数が 5 および 8 の原子核は、安定に存在できないので、ヘリウムと陽子などとの融合は起こりにくい。そのため、質量数が 6 と 7 の軽元素がわずかに生成されるだけで、宇宙膨張によって温度が下がり、初期宇宙の核融合は終了する。なお、ベリリウムは電子捕獲によってどのみちリチウムになってしまうので、初期宇宙の核融合で残るのは、実質的にはリチウムまでと考えていいようだ。

5.3.3 ビッグバン元素合成

さて以上までは、核融合の各ステップを個別に分割して紹介したが、実際的には上記の反応は、とくに重水素形成後は、ほぼ同時進行で起こる。そのため、時刻の経過 (温度の低下) と共に、どのような核反応が進行して、どのような核種ができていくかは、可能なすべてのネットワークを考慮して数値シミュレーションで解くことになる。

一般の数値シミュレーションでもそうだが、数値シミュレーションの結果というものは、しばしば非常に多くの条件に依存する。たとえば、いまの場合、元素合成開始時点での初

期条件、すなわち、バリオンと光子の比、レプトンと光子の比などがあるし、核反応のそれぞれの反応率、そして宇宙の温度変化や密度変化、さらにももちろん、数値計算のコードなど、さまざまなものがあるだろう。したがって、同じような計算をしても、少しずつ異なることが多い。ぼくもこの分野の専門家ではないので、どのような結果がもっとも正しいかは判断できない。というより、どれも似たような結果に見える（笑）。そこで、少し前の教科書と最近の教科書から、具体的な計算例を挙げておこう（図32）。

図32では、それぞれの元素の質量比（水素を1とする）の変化が、時間（図32aの横軸、図32bの上の横軸）あるいは温度（図32bの下の横軸）の関数としてプロットしてある。

図をみてわかるように、100秒ぐらいまで（温度が約10億K以上ぐらいまで）は、ほとんどすべてのバリオンが陽子と自由中性子の状態だが、重水素が増えると同時に、三重水素やヘリウムも合成されていくことがわかる。

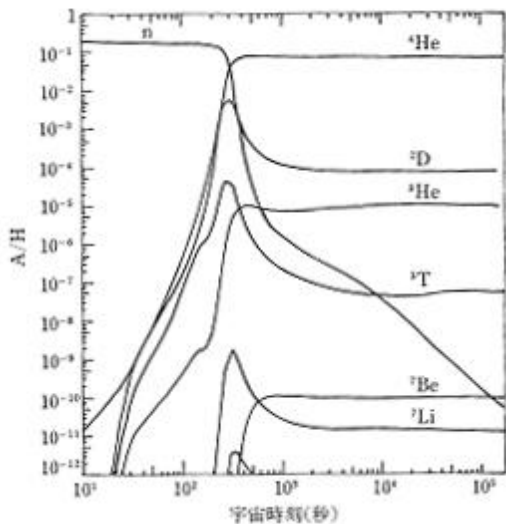


図32a 初期宇宙の核反応ネットワーク
バリオン光子比 $\eta = 3 \times 10^{-10}$ で、ニュートリノが3種類の場合。

（早川幸夫他編『現代の宇宙論』より）

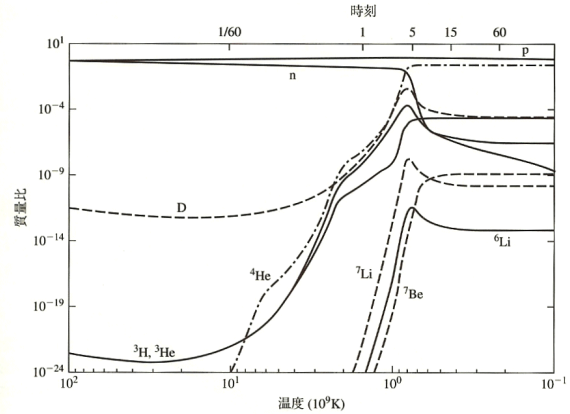


図32b 初期宇宙の核反応ネットワーク

バリオン光子比 $\eta = 5.1 \times 10^{-10}$ の場合。

（バーバラ・ライデン『宇宙論入門』より）

重水素や三重水素は、300秒=5分ぐらいで一旦ピークになり、ヘリウムの生成に伴って、その後は減少する。そして、だいたい10分ぐらい（温度が4億Kぐらい）で、核融合ができる温度より宇宙が冷たくなり、元素合成はほぼ終了する。さらに自由中性子は15分ほどで陽子にβ崩壊するので、最終的に、陽子とヘリウムと若干の軽元素が残される。

先にも述べたように、元素合成によって最終的に生成される元素量はさまざまなパラメータや条件に依存する。とくに影響が大きいのは、初期でのバリオンと光子の比である。そこで、バリオン光子比をパラメータとして、最終的に生成される元素量を示したのが図33である。これも2種類示しておく。

図からわかるように、バリオン光子比が大きいと、ヘリウムは増加し、重水素やヘリウム3は減少する。その理由は、バリオン光子比が大きいと元素合成が起こりやすいため、よりヘリウムが合成され、その結果、重水素やヘリウム3が消費されるためである。

バリオン光子比があまり小さすぎると生成されるヘリウムが少なすぎて観測に合わないし、逆にあまり大きすぎるとヘリウムが多すぎてやはり観測に合わない。したがって、バリオン光子比は、図33の範囲、10億分の1

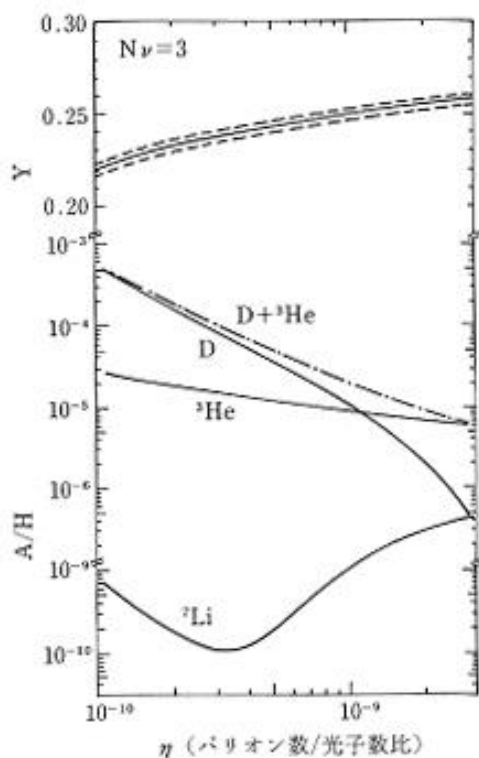


図 33a 最終生成物のバリオン光子比依存性上から、通常のヘリウム、重水素+ヘリウム3、重水素、ヘリウム3、リチウムの最終生成量。
(早川幸夫他編『現代の宇宙論』より)

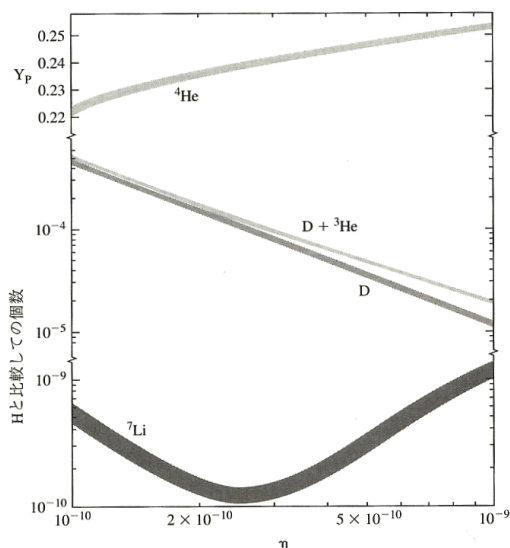


図 33b 最終生成物のバリオン光子比依存性上から、通常のヘリウム、重水素+ヘリウム3、重水素、リチウムの最終生成量。
(バーバラ・ライデン『宇宙論入門』より)

から 100 億分の 1 くらいだろうが、観測的および理論的に、まだあまり正確な値はわかっていないようだ。

・・・再びつづく・・・

参考文献

早川幸男・佐藤文隆・松本敏雄 編 (1988)『現代の宇宙論』, 名古屋大学出版会.
 バーバラ・ライデン (2003)『宇宙論入門』(牧野伸義 訳), ピアソン・エデュケーション.
 Gerhard Borner (1993) “The Early Universe”, Springer-Verlag.

福江 純 (大阪教育大学)