

江戸幕府の天文学(その4)

嘉数 次人(大阪市立科学館)

4. 『新修五星法』の成立

これまで、高橋至時が五星法に楕円理論を適用した様子を紹介しました。しかしながら研究はこれで終わったわけではありません。彼が手本とし、寛政暦の五星法で採用した『暦象考成』の五星法理論をつぶさに検討すると、不十分な点が多くあり、それらを解決しなければいけなかったのです。

4.1. 『暦象考成』五星法の弱点

ではここで、『暦象考成』の五星法の特徴を簡単に見てみましょう。

①惑星の軌道

惑星の軌道は、水星・金星と火星・木星・土星とでは、異なっていました。図5が水星・金星の軌道図で、両星の本天(導円)は太陽本天をそのまま用い、そこに周転円である本輪、均輪、次輪がかかり、星は次輪上をめぐっていました。したがって、太陽の導円上における平均運動を、そのまま水星・金星のそれとしました。

一方、図6が火星・木星・土星の軌道図で、3星は地球を中心とした本天があり、そこに本輪、均輪、次輪がかかり、次輪上を星がめぐっています。

つまり、水星・金星は太陽中心軌道で、火星・木星・土星は地球中心軌道だったのです。

②次輪の変化

これらの理論では、惑星本体は次輪上を運動していますが、水星と火星においてはその次輪パラメータが変化しました。

まず、次輪は黄道から傾いています。水星に関してはこの黄道傾斜角の値が一定せず、

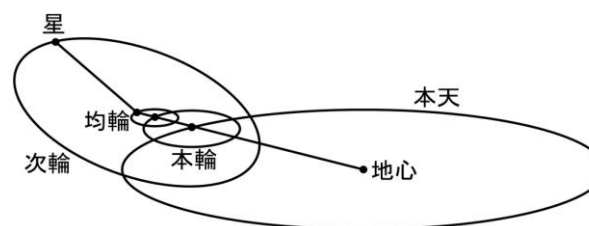


図5 水星・金星の軌道図。2星の本天は太陽本天と共通である。本天、本輪、均輪は黄道と平行。次輪は惑星の軌道傾斜角だけ傾いている。

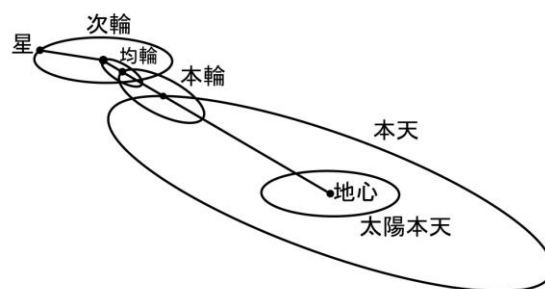


図6 火星・木星・土星の軌道図。次輪は太陽本天と同じ大きさ。本天、本輪、均輪は惑星の軌道傾斜角だけ黄道と傾いていて、次輪は黄道と平行になっている。

水星の位置によって変化するとしました。次に次輪半径を見ると、水星・金星・木星・土星は定数となっていますが、火星については「高卑差」という概念が取り入れられ、半

径の値が変化します。これは、チコ・ブラーエの観測データを用いて推算した時、次輪半径の値を固定すると計算が合わないところから導入されたようで、「太陽高卑差」と「本天高卑差」という2つのパラメータがありました。太陽高卑差は太陽・地球間の距離の変化に応じて火星の次輪半径を変化させるもので、距離が大きいと半径も大きくなり、距離が小さいと半径も小さくなりました。また本天高卑差は火星・地球間の距離に応じて次輪半径が変化するというもので、距離が大きいと半径も大きくなり、距離が小さいと半径も小さくなりました。

③惑星の運動角

均輪上における次輪中心の運動についてみると、水星は均輪上を運動する次輪中心の角速度は、本輪上を運動する均輪中心の角速度の3倍であるとしましたが、他の4星については、本輪上を運動する均輪中心の角速度の2倍としています。

以上のような特徴から、『暦象考成』の弱点が見えてきます。それは、火星だけに採用されている高卑差や、水星だけは軌道傾斜角が変化するというように、惑星によって採用されている計算方法が異なる点です。高橋至時はこの統一感の無さに違和感を覚え、「皆運行ノ真面目ヲ得シテ、強テ法術ヲ設クルモノニ似タリ」、「五星一貫ノ法術アラス。是ヲ観ルモノ快然タルヲ得ス」と痛烈に批判しています。そして楕円理論を適用し、かつ5つの惑星すべてにおいて共通の計算法を用いた新しい五星法の理論構築にチャレンジし、『新修五星法』を執筆したのです。

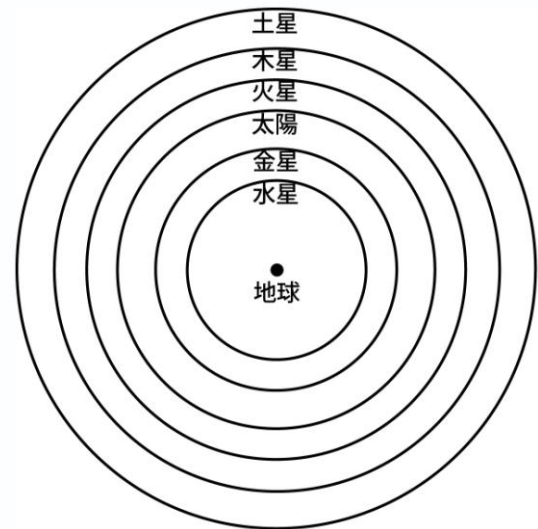


図7 プトレマイオスの体系。『新修五星法』では、天体の本天軌道がプトレマイオス体系の順序で配列されている。

4.2. 『新修五星法』の計算法

では、1801(享和元)年ころに完成した『新修五星法』第一稿を概観してみましよう[1]。まず、天の体系は、プトレマイオス体系を採用しています。これは地球が天の中心にあり、そのまわりを、近い順に水星、金星、太陽、火星、木星、土星の本天(導円)がとりかこむというものです(図7)。そして、本天周上を次輪(周転円)中心がめぐり、次輪周上を惑星本体がめぐっています。惑星の本天、次輪ともに楕円軌道をもち、次輪は太陽軌道と同じ大きさを持っています(図8,9)。これにより、『暦象考成』で用いられていた本輪、均輪は不要となりました。

以下、『新修五星法』の第一稿の計算手順を見ていきます。

(1) 軌道要素

『新修五星法』では、まず計算起点(元期)における本天の軌道要素、つまり両心差(離心率)、本天大半径(軌道長半径)、正交応(昇交点黄経)、最高応(遠地点黄経)、本道与黄道

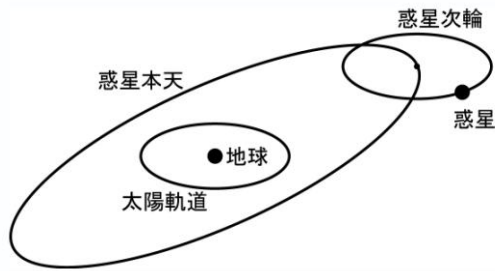


図8 土星、木星、火星の本天と次輪の関係

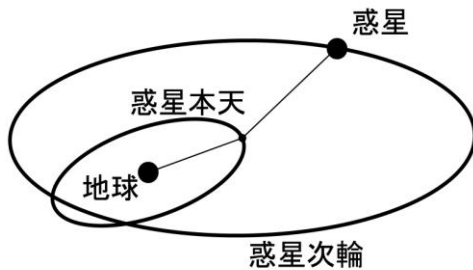


図9 金星、水星の本天と次輪の関係。次輪は太陽軌道と同じ大きさなので、本天より次輪の方が大きいという状態になってい

交角(軌道傾斜角)、毎日平行(平均日日運動)の値が与えられており、元期から計算したい日までの日数を計算して、当該日の次輪心の位置を得ます。なお、近代以前の日本の天文学では、天体の位置を測る座標基準点は冬至点にあり、現在の春分点基準ではありません。もちろん、『新修五星法』も、経度は冬至より測っていますので、注意が必要です。

(2) 初均数

初均数とは、地球の周りを楕円運動する次輪心の中心差のことです。図10において、長半径(当時の名称:本天大半径) a 、軌道短半径(本天小半径) b 、離心率(両心差) e の楕円軌道を考えます。Fは地心、Sは次輪心、Sか

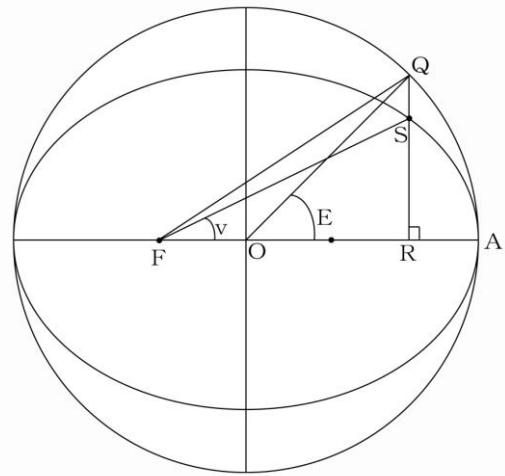


図10 初均数の説明図

らFAにおろした垂線が交わる点をRとします。まず、平均離角(引数) M から離心離角の近似値 E' (後外角汎数)を求めます。

$$\tan(\text{半較角}) = \frac{1-e}{1+e} \cdot \tan\left(\frac{M}{2}\right)$$

$$\text{半較角} + \left(\frac{M}{2}\right) = E'$$

次に、 $\sin E'$ に引数大差を乗じた値 $e \cdot \sin E'$ を引数差として、

$$\text{引数差} = e \cdot \sin E'$$

$$M - \text{引数差} = E$$

$$SR = b \cdot \sin E = \text{横線}$$

$$FR = a \cdot \cos E + ae = \text{縦線}$$

$$\frac{\text{横線}}{\text{縦線}} = \frac{SR}{FR} = \tan v$$

として離心離角(後外角定数) E 、真遠点離角(実引) v を求めます。図10において、SRが横線、FRが縦線にあたります。

そして最後に、

$$\text{初均数} = M - v$$

とします[2]。

(3) 五星本道初実行

本道初実行とは、本天面上において冬至から測った次輪心の位置角のことです。図 11 における $\angle WFS$ にあたり、

本星平行+初均数=本道初実行
となります。

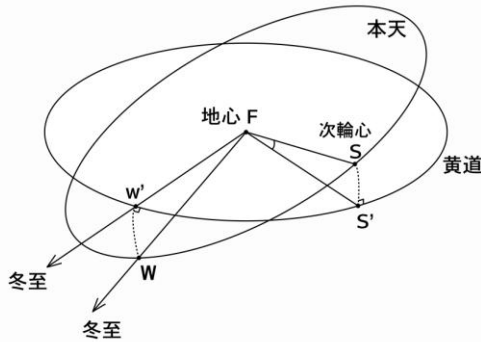


図 11 黄道初実行と初緯の説明図

(4) 次輪心距地心線

次輪心距地心線とは、地球・次輪心間の距離のことで、図 11 における線分 FS に当たります。ここでは、初均数の計算で使った縦線、横線を用い、

$$\frac{\text{横線}}{\sin(\text{実引})} = \frac{b \cdot \sin E}{\sin v} = \text{次輪心距地心線} \quad (\text{ア})$$

$$\frac{\text{縦線}}{\cos(\text{実引})} = \frac{a \cdot \cos E + ae}{\cos v} = \text{次輪心距地心線} \quad (\text{イ})$$

とし、実引の値が 90 度に近い時には(ア)式を用い、最高(遠地点)前後 45 度および最卑(近地点)前後 45 度に近い時には(イ)式を用いて計算するとしています。

(5) 升度差

升度差とは、本道初実行と黄道初実行(次輪心の地心黄経)との差のことで、(3)で得られた本道初実行の値から黄道初実行を求める際に使うものです。本道初実行から黄道初実行

を求めるには、本来は球面三角法で計算するべきですが、五星の軌道傾斜角が小さいことを利用して球面三角法を使わずに計算する略法で、高橋が考案したものです[3]。

距交実行とは、本天の昇交点から測った次輪心の本天面上における位置角(昇交点距離)のことです。また升度大差とは升度差の最大値のことで、正交(昇交点)または中交(降交点)からの角距離が 45 度の時の値となります。ここで、最初に与えられた正交平行(昇交点黄経度)を用い、

$$\text{本道初実行} - \text{正交平行} = \text{距交実行}$$

$$\text{距交実行} \times 2 = \text{距交倍度}$$

$$\text{升度大差} \times \sin(\text{距交倍度}) = \text{升度差}$$

として升度差を求めます。

(6) 黄道初実行

黄道初実行とは、次輪心の地心黄経のことです。図 11 における $\angle W'FS'$ にあたり、

$$\text{本道初実行} + \text{升度差} = \text{黄道初実行}$$

で表わされます。

(7) 初緯

初緯とは次輪心の地心黄緯のことで、図 11 の $\angle S'FS$ にあたります。球面三角法により、次の式から求めます。

$$\sin(\text{軌道傾斜角}) \times \sin(\text{距交実行}) = \sin(\text{初緯})$$

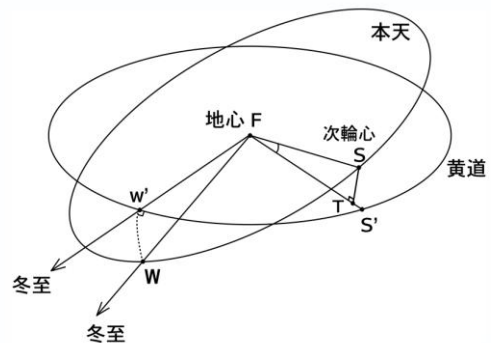


図 12 黄道面上次輪心距地心数の説明図

(8) 黄道面上次輪心距地心数

図 12 において、次輪心 S を黄道面上に投影した点を T としたとき、地心 F と T との距離のことです。まず次輪心 S と地心 F との距離 SF は次輪心距地心線として(4)で求めているので、

$$\begin{aligned} & \text{黄道面上次輪心距地心数 } FT \\ &= \text{次輪心距地心線} \times \cos(\text{初緯}) \\ &= SF \times \cos \angle S'FS \end{aligned}$$

とします。

さて、これ以降は土星・木星・火星の図を用いて計算法を紹介します。

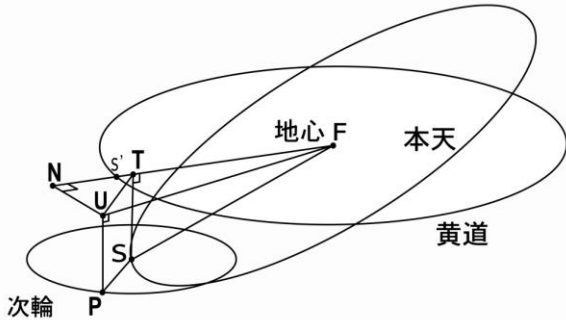


図 13 次引と次均の説明図

(9) 次引

次引とは、太陽実行(太陽黄経)と黄道初実行(次輪心の地心黄経)との差のことです。太陽実行は別に求めておきます。図 13 において、五星 P の位置を黄道面上に投影した点を U とします。また地心 F から次輪心を黄道面上に投影した点 T へ引いた線を延長します。その線に対して点 U から垂線を降ろして、交わった点を N とすると、次引は $\angle UTN$ にあたり、次の式で求められます。

$$\text{太陽実行} - \text{黄道初実行} = \text{次引}$$

(10) 次均

次均とは、黄道初実行と五星の地心黄経との差のことです。図 13 における $\angle TFU$ にあたります。ここで高橋は次輪半径を 1 とし、 $SP=FU=1$ ですので、

$$\begin{aligned} \tan(\text{次均}) &= \frac{NU}{FN} = \frac{\frac{NU}{TU}}{\frac{NT}{TU} + FT} = \frac{NU}{NT + FT} \\ &= \frac{\sin(\text{次引})}{\cos(\text{次引}) + \text{黄道面上次輪心距地心数}} \end{aligned}$$

として求めます。

(11) 黄道経度

黄道経度とは、惑星の地心黄経のことで、
黄道初実行 + 次均 = 黄道経度
で求められます。

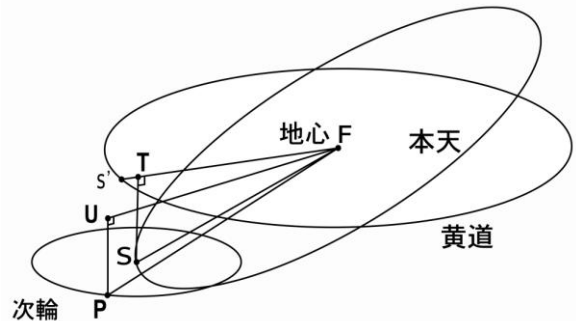


図 14 黄道緯度の説明図

(12) 黄道緯度

黄道緯度とは、惑星の地心黄緯のことです。当時は視緯とも呼んでいました。図 14 において、地心を F、次輪心を S、惑星位置を P とします。次輪面は黄道面と平行です。S、P よりそれぞれ黄道面におろした垂線の足をそれぞれ T、U とすると、 $\angle SFT$ が初緯、 $\angle PFU$ が黄道緯度となります。

図 14 において、SF は次輪心距地ですので、
 $ST = SF \times \sin \angle SFT = SF \times \sin(\text{初緯})$
 で、また次輪は黄道と平行なので、 $PU = ST$
 です。さらに次均($\angle UFN$ 、図 13)を求める
 際に得た FN、NU の値を用いて FU(黄道面
 上五星距地心数)が求められるので、

$$\tan(\text{黄道緯度}) = \frac{PU}{FU} = \frac{SF \cdot \sin \angle SFT}{FU}$$

$$= \frac{\text{次輪心距地} \times \sin(\text{初緯})}{\text{黄道面上五星距地心数}}$$

として、惑星の黄緯の値を得ます。

『新修五星法』では、以上のようにして、
 惑星の黄経・黄緯を求めます。天の体系はプ
 トレマイオス体系が採用されているため、金
 星と水星については本天よりも次輪（太陽軌
 道と同じ大きさ）の方が大きいという変な状
 況になっていますが、計算そのものの基本は
 現代のものと同じであることがわかります。

その後、高橋は 1803（享和 3）年 7 月に改
 訂を加え、『新修五星法』第二稿を執筆します。
 第二稿の最大の特徴は、その表紙扉に「第谷
 の新図により、諸数の名称を改める」と記さ
 れているとおり、チコ・ブラーエの体系に変換
 したことです。チコ・ブラーエの体系とは、地
 球が天の中心にあり、その周りを太陽がめぐ
 り、惑星は太陽を中心にめぐるというもので、
 コペルニクスの体系から天の中心を太陽から
 地球に座標変換したものです。

これらのことから、高橋は近代的な推算法
 を把握しており、天の体系の違いの問題につ
 いても座標変換によって解決できることを、
 きっちりと認識しているようです。

西洋天文学を学んだ高橋がこのような近代
 的な五星法を完成させるのは、一見簡単な事
 であるように思えますが、彼をとりまく研究
 環境を考えると、実は大きなブレークスルー
 が必要であったと考えられます。というのも、

高橋が教科書として用いていた『暦象考成』
 やそのベースとなった『崇禎暦書』は、天の
 体系と五星の軌道論の問題が整理されていな
 かったからです。では次回は、高橋が『崇禎
 暦書』から出発して、どのようなブレークス
 ルーを経て『新修五星法』誕生させたのかを
 見ていくことにします。

参考文献および注

[1] 高橋の『新修五星法』は、国立天文台と
 伊能忠敬記念館(千葉県)に現存しますが、い
 ずれも 1803(享和 3)年 7 月に執筆された第二
 稿です。第一稿は現存していませんが、
 同年 1 月頃に執筆された五星法の理論解説書
 『新修五星法図説』(以下、『図説』と称す)
 を見ると、天の体系や推算法が現存第二稿と
 異なります。また、1801(享和元)年の五星法
 研究草稿などを見ると、『図説』と同じ推算法
 が用いられていることがわかっています。従
 って、『図説』に見られる内容は、『新修五星
 法』第一稿の内容であるとされています。本
 稿では、高橋の五星法が成立する様子を見る
 ために、第一稿の内容を解説しています。

[2] 後外角定数(離心離角)から実引を求める
 計算については、高橋は初稿では上述した計
 算法を使っており、『新修五星法』第二稿にお
 いて、11 月号で示した計算法、

$$\tan \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{E}{2}$$

に改訂しています。

[3] 高橋は、五星の升度差の値は、最大が水
 星の約 13 分弱であり、他星はこれより小さ
 いため、計算が簡単な法を用いるとしていま
 す。ちなみに、『新修五星法』第二稿では、水
 星本天の軌道傾斜角は 7.00 度が採用されて
 います。

嘉数 次人