

連載

最新宇宙誌【2】

エポック I : 宇宙の誕生～宇宙開闢の物語 (中編)

福江 純 (大阪教育大学)

承前: 宇宙誕生時の大事件、すなわち時空 (宇宙) の誕生と、その後の時空相の変化について眺めていこう。

4. インフレーション期

無から誕生したかどうかはともかく、一旦、プランク長さで存在した宇宙は、その直後 (プランク時間ぐらい)、きわめて急激な膨張をして (インフレーション期)、引き続き、ゆるやかなビッグバン減速膨張に移行して、いわゆる現在の膨張宇宙になったのだと考えられている。この最初期の 10^{60} にもものぼる指数関数的で急激な膨張が「インフレーション」で、そのような宇宙を「インフレーション宇宙 (inflationary universe)」という。このビッグバン宇宙のごく初期に宇宙が指数的に膨張したとする、宇宙開闢時のモデルは、1981年に佐藤勝彦とアラン・グース (A. H. Guth) が独立に提唱した。名前としては、グースが名づけた「インフレーション」が定着した。

4.1 地平線問題

どのような科学理論も、観測と合わなければ、棄却されるか、修正を迫られるか、あるいはより一般的に拡張される運命にある。ハッブルの法則、3K 宇宙背景放射、ヘリウムの存在量などで、観測的には立証されたはずのビッグバン膨張宇宙モデルだったが、どうにも辻褄の合わない困った問題が出てきた。地平線問題と平坦性問題である。まあ、ここらへんは、少しズルして、解説書から「切り貼り」させてもらおう。

さて、現在の宇宙年齢は 137 億年で、それより前には宇宙はなかったのだから、現在観

測できるのは、 $137 \text{ 億年} \times \text{光速} = 137 \text{ 億光年}$ の範囲である。この観測可能な宇宙の範囲——現在は約 100 億光年——を宇宙の「地平線」と呼んでいる (図 8)。ところで、いわゆる 3K 宇宙背景放射が一樣だということは、約 100 億光年におよぶ現在の宇宙の地平線内部が一樣だということを意味している。ところがビッグバン宇宙では、これは原理的にありえない話なのである。

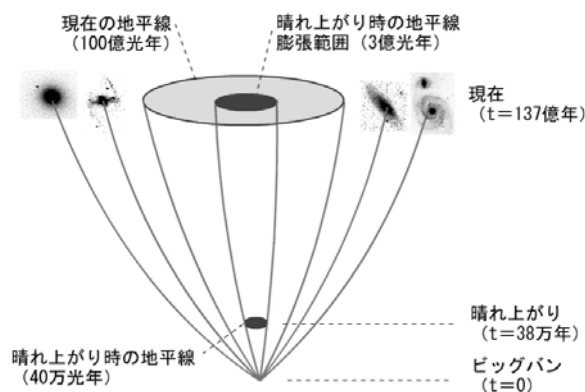


図 8 地平線問題

3K 宇宙背景放射が生まれた宇宙の晴れ上がりの時期、そのときの宇宙の年齢は約 40 万年だから、その当時の宇宙の地平線の広がりは約 40 万光年になる。すなわち、その頃の観測可能な宇宙は約 40 万光年ほどであり、それは同時に、宇宙の晴れ上がりの時期には、約 40 万光年の範囲内と情報のやり取りが可能だったことを意味する。そして、情報がやり取りできる地平線の内部——晴れ上がり当時は約 40 万光年——では、宇宙初期に一樣でなくても、情報をそして物質やエネルギーを移動させて一樣に均すことが可能だ。しかし地平線の外部とは原理的にそのようなことはできない。だから、地平線内部と外部で宇宙

が一様だという保証はまったくない。

問題は、ビッグバン宇宙の場合、晴れ上がり当時の観測可能な宇宙の地平線——約 40 万光年——を膨張させていくと、現在の宇宙では、3 億光年程度にしかならないことにある (図 8)。だから現在の宇宙でも、約 3 億光年の範囲内で宇宙が一様なのは不思議ではないが、3 億光年より広い範囲が一様だという保証はない。ところが観測的には、現在の宇宙では、約 100 億光年もの範囲の宇宙が一様に均されているように見えるのだ。これがビッグバン膨張宇宙の「地平線問題」である。

4.2 平坦性問題

ビッグバン膨張宇宙モデルについて、もう一つ不可思議なのは、その膨張の仕方であった。フリードマンの膨張宇宙モデル (宇宙定数 $\Lambda = 0$) では、宇宙に存在する物質の多寡によって、ある特定の臨界量を境にして、臨界量より物質が少ない開いた宇宙、臨界量より物質が多い閉じた宇宙、そして物質が臨界量ピッタリの平坦な宇宙にわけられる。物質の量は任意に取れるはずなので、ビッグバン膨張宇宙モデルでは、どのタイプになるかは理論的に決定できない。

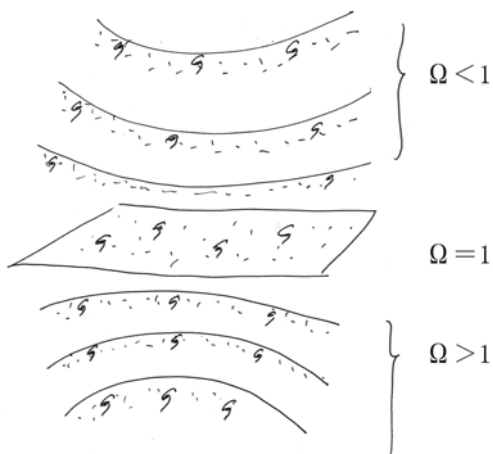


図 9 平坦性問題

ところが観測が進んでくると、物質の量は、ちょうど平坦な宇宙にピッタリの量になっているらしいことがわかってきた。より正確には、ダークエネルギーなども含めた密度パラメータ Ω (定義は次回「後編」に掲載) と呼ばれるモノがピッタリ 1 ぐらいだとわかってきた。これはあまりにも不自然である。どんな値でもいいはずの中、偶然にちょうどピッタリの値が選ばれることはありえないだろう。

さらに、 Ω の値が 1 程度であるということは、星や銀河や生命の形成にとっても重要な問題なのだ。というのも、 Ω が 1 よりも小さい開いた宇宙だと、宇宙に存在する物質・エネルギーの量が少ないために宇宙は急速に膨張し、重力収縮で星や銀河が生まれることができない。逆に、 Ω が 1 よりも大きい閉じた宇宙だと、宇宙は膨張を始めるやいなやすぐ収縮してしまい、星や銀河が生まれる暇がない。 Ω が 1 程度の平坦な宇宙の場合でのみ、星や銀河が生まれて、したがって生命も誕生したのである。

なぜに Ω がほとんど 1 なのか。これがビッグバン膨張宇宙の「平坦性問題」である。

4.3 インフレーションモデル

ビッグバン膨張宇宙モデルの不完全さ、地平線問題と平坦性問題を一挙に解決するのが、インフレーション宇宙モデルなのだ。

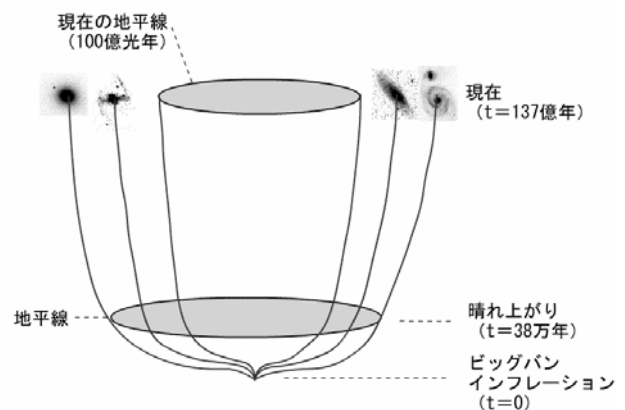


図 10 インフレーション宇宙での地平線

おそらく宇宙のごく初期、宇宙がまだ量子サイズだった頃に、インフレーションは起こったと考えられている (図 10)。量子的サイズのマイクロな領域が、インフレーションによって、10 の 40 乗か 60 乗かそれ以上も引き延ばされたと想像されている。そして、宇宙のごく初期には、一様になりうる地平線領域も非常に小さかったが、インフレーションによる急激な膨張によって一挙に引き延ばされ、宇宙の晴れ上がりの時期には 40 万光年よりもはるかに大きくなったのである。その結果、ビッグバンでゆるやかに膨張した現在でも、一様な領域は現在の宇宙の地平線よりも十分に大きくなるのだ。こうして、地平線問題は解決された。

さらに、宇宙が急激に膨張するということは、風船のゴム膜を無理矢理引き延ばしたようなもので、風船表面の曲がり具合すなわち宇宙の曲率など気にならないぐらい平らになってしまうのだ。あるいは宇宙初期の膨張速度など、どっかに吹き飛んでしまうのである。その結果、密度パラメータ Ω もきわめて 1 に近くなることが可能だ。こうして平坦性問題も解決された。

インフレーション解

FL3 ただし、 Λ 優勢

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3c^2}(\varepsilon + 3p) + \frac{\Lambda c^2}{3} \sim \frac{\Lambda c^2}{3} \quad (24)$$

FL1 ただし、 Λ 優勢

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} = -\frac{kc^2}{a^2} + \frac{\Lambda c^2}{3} + \frac{8\pi G}{3c^2}\varepsilon \sim \frac{\Lambda c^2}{3} \quad (25)$$

$$\frac{\dot{a}}{a} \sim \sqrt{\frac{\Lambda c^2}{3}} \quad (26)$$

$$a(t) \propto e^{\sqrt{\Lambda c^2/3} t} \quad (27)$$

いま述べたことを式で表すのは、それほど難しくない。インフレーション宇宙を表す解は、実は後で紹介するビッグバン宇宙の解よりはるかに簡単だ。フリードマン＝ルメートル方程式 FL1&FL2 と加速度方程式 FL3 を思い出してみよう (2007 年 5 月号 15~16 頁)。

まず加速度方程式で、右辺の第一項は物質の重力作用で減速させる項、第二項は宇宙項で加速させる項だった。そして右辺の符号が負ならば、スケールファクターの時間に関する 2 階微分が負になるので、関数形はいわゆる“上に凸”となり、ゆるやかな増加となる。これが「減速膨張」だ。一方、右辺が正だと、いわゆる“下に凸”となり、はげしい増加となる。これが「加速膨張」だ。

そして、インフレーション期 (や最近の加速膨張期) では、宇宙項が優勢なため、右辺の物質項は無視して、(24) 式のように近似できるだろう。このとき FL1 は (25) 式、あるいは平方根を取って、(26) 式のように近似される。この (26) 式は、高校数学に出てくるレベルの単純な常微分方程式で、(27) 式のような指数解：

$$a \propto \exp(\alpha t), \quad \alpha = \sqrt{\Lambda c^2/3}$$

をもつ。ものすごく単純化はしていると思うが、なんのことはない、これは平坦な宇宙におけるド・ジッター解にほかならない。

インフレーション解はフリードマン＝ルメートル方程式の数学的に新しい解を見つけたわけではなく、“物理的に”新しい解なのである。

具体的に $\alpha(\Lambda)$ の値だが、 α は時間の逆数の次元をもっていて、 α の逆数が指数的膨張の時間スケールになる。そこで、一つの可能性としては、素粒子が統一される時刻 (10 の -36 乗秒) に相当する、

$$\alpha = \sqrt{\Lambda c^2/3} = 10^{36} \text{ s}^{-1}$$

というのを α の値にすることだろう。このとき、対応するエネルギー密度 ε は、

$$10^{117} \text{ eV m}^{-3}$$

というとてもつもない値になってしまう。このエネルギーがつぎの話だ。

4.4 真空エネルギー

宇宙がインフレーション的膨張をした原因は、宇宙空間（真空）の相転移に伴う、真空の潜在エネルギーだと考えられている。

ここで「相転移」というのは、たとえば、水が温度によって、高温の水蒸気、常温の水、低温の氷、という三つの状態にわかれるような現象を意味している。温度が下がって水が氷になるときには、いわゆる潜熱（エネルギー）を外部に放出する。逆に氷を水にするには、外から熱を加えて溶かさなければならない。このように（高温の）水という相が、（低温の）氷という相に転移——相転移——する際には、その相転移に伴って潜在的なエネルギー（潜熱）が放出される。これと似たような現象が宇宙（真空）にも起こったというのである。

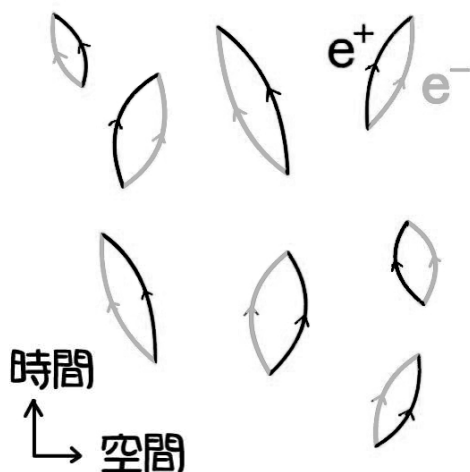


図 11 真空

そもそも、真空とは何だろうか。
普通の感覚では、“真空”とは文字どおり

何もない空虚な空間のことだ。しかし、相対論と並んで現代物理学の柱である量子論では、“真空”は何もないカラッポの状態ではなく、量子的にゆらいでいると考えられている（図 11）。つまり、物理学的な真空では、電子と陽電子、陽子と反陽子など、粒子と反粒子が生成消滅を繰り返しているのだ。何もないところから粒子対が生じるということは、現代物理学の金科玉条であるエネルギー保存の法則が破れるように思える。実際、一瞬だけ破れているわけだが、量子力学の基本原則の一つであるハイゼンベルグの不確定性原理によって、粒子対のエネルギーに反比例する非常に短い時間内であれば、エネルギー保存の法則が破れてもいい。一瞬後には粒子対は消滅して帳尻はあっているのである。粒子対が存在するのはほんの一瞬なので、物理の神様もお目こぼしをしてくれるのだろう。このような一瞬だけ存在して観測もできない粒子のことを「仮想粒子」と呼ぶ。

しかし、いくら物理の神様がお目こぼしをしてくれるとはいっても、何もない空っぽの“古典的真空”と、仮想粒子対が生成・消滅を繰り返す“量子的真空”とは異なる。具体的には、仮想粒子は観測こそできないが、量子的な零点エネルギーをもつために、真空全体にわたって仮想粒子対のエネルギーを足しあわせてみると、0 にならないのだ。物理学的な真空はある種のエネルギー、すなわち「真空エネルギー」をもつことになるのである。そして、水が温度によって、高温の水蒸気・常温の水・低温の氷などにわかれるように、真空にもそのエネルギー状態によって、高温相の真空、低温相の真空などがあるのだ。

宇宙のごく初期は、宇宙空間全体は高温相の真空と呼ばれる状態にあり、現在の（低温相の）真空よりも高いエネルギー状態になっていた。その高いエネルギーによって急激な膨張——インフレーション——を引き起こす

のだ。さらに宇宙全体の急激な断熱膨張によって温度が下がり、真空は高温相の真空から、現在の低温相の真空に転移したのである。この真空の状態の変化を、水蒸気から水に変化することを相転移と呼ぶのになぞらえて、「真空の相転移」と呼ぶのだ。また水蒸気が水に相転移するときには、いわゆる潜熱を外部に放出するように、高温真空が（現在の）低温真空に相転移するときにも潜熱が放出され、その結果、宇宙の温度が上昇して熱い火の玉となった。それがビッグバンなのである。

では、その真空エネルギーとは、具体的にどれくらいなのだろうか？ ここでふたたび出てくるのが、“プランクスケール”である。

宇宙初期に限らず、プランク時間、プランクスケールになると、時空構造は確定的ではなく、量子的にゆらいでいると考えなければならない。

具体的には、プランク時間 t_P は、

$$t_P = (Gh/c^5)^{1/2} = 10^{-44} \text{秒}$$

で、プランク長さ l_P (プランクスケール) は、

$$l_P = (hG/c^3)^{1/2} = 10^{-33} \text{cm}$$

であった。

さらに、エネルギー ΔE と時間 Δt に関するハイゼンベルグの不確定性原理：

$$\Delta E \cdot \Delta t \sim h / (2\pi)$$

から、プランク時間ぐらいのスケールでは、プランクエネルギー E_P

$$E_P = (hc^5/G)^{1/2} = 1.2 \times 10^{28} \text{eV}$$

程度のエネルギー的なゆらぎがあっても構わない。また、このエネルギーに対応する質量（プランク質量 M_P ）は、

$$M_P = (hc/G)^{1/2} = 2.2 \times 10^{-5} \text{g}$$

となる。

さて、真空エネルギー密度としては、上の

プランクエネルギーをプランクスケールの体積で割ったぐらいだと考えるのが妥当だろう。すなわち、真空エネルギー密度として、

$$\begin{aligned} \varepsilon(\text{真空}) &= \rho(\text{真空}) c^2 \\ &= 3 \times 10^{133} \text{eV/m}^3 \end{aligned}$$

という値が算出される。とてつもない値である。ちなみに対応する真空質量密度は、

$$\rho(\text{真空}) = 5.2 \times 10^{92} \text{g/cm}^3$$

となる。後で出てくるが、（宇宙が平坦なときの）宇宙の臨界密度と呼ばれるものと比べて、“121”桁も大きい！

4.5 ダークエネルギー

おそらく、流れるには、ここでダークエネルギーに一言触れておくのがいいだろう。

宇宙に存在するものは、目に見える物質あるいは目に見えない物質まで含めても、物質だけではない。物質以外にも、宇宙空間に存在して、宇宙の構造に多大な影響を与えているある種のエネルギーが存在すると考えられていて、いまのところ直接的な検出ができていないため、「ダークエネルギー」と呼ばれている。ダークエネルギーは、ダークマターも含めた物質の数倍から 10 倍ぐらいもあるかもしれない。

1998 年にソール・パールムッター (S. Perlmutter) らプリンストン大学やローレンスバークレイ国立研究所の宇宙論学者たちが、数年にわたる超新星探査の結果を報告した。今日的な用語で言うと、その論文で彼らは、「宇宙にはダークエネルギーが存在し、そのダークエネルギーは物質の万有引力に抗して、宇宙を膨張させさらに膨張運動を加速させている」と述べた。この“ダークエネルギー”という言葉は、後日、1998 年にシカゴ大学の宇宙論学者マイケル・ターナー (M. Turner) が命名した用語である。

パールムッターたちは、遠方の銀河で発生した超新星を観測して、そのデータをもとに、宇宙が閉じているのか開いているのか、言い換えれば、宇宙膨張が減速しているのか加速しているのかを調べようとした (図 12)。

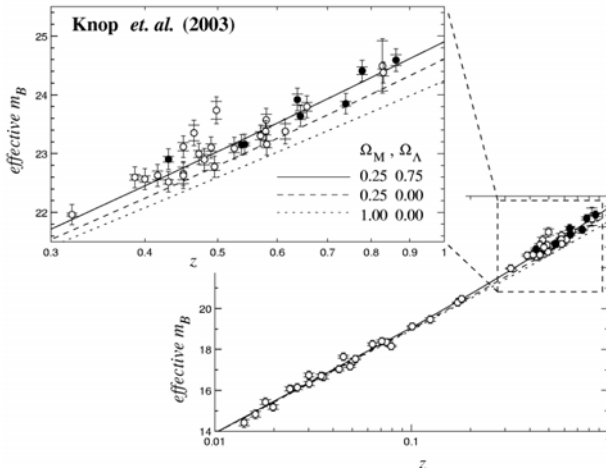


図 12 拡張されたハッブルの法則

(出典 <http://supernova.lbl.gov/>)

遠方の銀河の膨張運動は、銀河からやってくる星の光の赤方偏移を測定することによって、どれぐらいの高速で膨張しているかがわかる。しかし、その銀河までの距離がわからないことには、膨張率すなわち加速度はわからない。そして従来は、銀河までの距離を求めるのが非常に難しく不定性が高かった。

パールムッターたちは、そこで、銀河で起こる超新星に目をつけた。超新星爆発には、大きくわけて、タイプ I とタイプ II の 2 種類のもの知られているが、そのうちタイプ I 超新星は、爆発時の最大光度が比較的良好揃っている。すなわち、タイプ I 超新星は真の明るさがだいたいわかっているのだ。したがって、遠方の銀河でタイプ I 超新星爆発が起これば、その見かけの明るさを測定して真の明るさと比べることにより、遠方の銀河までの距離が判明するというしくみだ。

このような方法で、遠方の銀河までの距離と後退速度を調べた結果、彼らは、宇宙膨張

が加速しているとの結論を得たのだ。そしてそのような加速運動を引き起こすためには、宇宙に存在する物質自身によって宇宙を収縮させようという力——重力に抗し、宇宙を膨張させようとする力——ある種の斥力が働いているとしたのである。その宇宙膨張を加速させる力のもとになっているエネルギーが、いまだ検出されていないという意味で、“ダークエネルギー”なのだ。

ダークエネルギーの正体は、まだ不明である。一つの候補としては、先に述べた真空エネルギーだ。他の候補としては、クイントエッセンス (第 5 元素; quintessence) と呼ばれるある種の弱い力の場合だという人もいる。また宇宙は高次元空間に浮かぶブレインワールド (膜宇宙) であって、他の次元からエネルギーが漏れ入ってきているのかもしれない。さらに、ファントム (phantom) 物質と呼ばれる、いわゆる宇宙項 (Λ 項) よりもさらに斥力の強いモノも考えられているようだ。

ダークマターの正体は何であれ、ダークエネルギーの式は、単純なタイプだが、実はもうすでに出ている。宇宙項だ。

フリードマン＝ルメートル方程式 FL1 & FL2 や加速度方程式 FL3 を少し書き換えてみよう。具体的には時空に関する宇宙斥力として作用した宇宙項を右辺に移し、別の解釈を試みよう (次ページ参照)。

たとえば、FL1 で宇宙項を右辺に移すと、(31) 式のようなになる。ここで宇宙項 Λ を (32) 式のような形で置き換えると、物質とエネルギーに関する右辺は、(33) 式のような形でまとめ直すことができる。すなわち、(32) 式を逆に書いただけだが、(34) 式で与えられる ϵ_Λ は、ある種のエネルギー密度だと解釈されるわけだ。そして、かりに宇宙項が一定だとすると、このエネルギー密度も一定の値になる。物質や放射などのエネルギー

ダークエネルギー

FL1

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3c^2}\epsilon + \frac{\Lambda c^2}{3} \quad (31)$$

$$\Lambda = \frac{8\pi G}{c^4}\epsilon_\Lambda \quad (32)$$

$$\frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2} = \frac{8\pi G}{3c^2}(\epsilon + \epsilon_\Lambda) \quad (33)$$

$$\epsilon_\Lambda = \frac{c^4}{8\pi G}\Lambda \quad (34)$$

FL2

$$\frac{2\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2} = -\frac{8\pi G}{c^2}p + \Lambda c^2 \quad (35)$$

$$\Lambda = -\frac{8\pi G}{c^4}p_\Lambda \quad (36)$$

$$\frac{2\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{kc^2}{a^2} = -\frac{8\pi G}{c^2}(p + p_\Lambda) \quad (37)$$

$$p_\Lambda = -\frac{c^4}{8\pi G}\Lambda = -\epsilon_\Lambda \quad (38)$$

FL3

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3c^2}(\epsilon + 3p) + \frac{\Lambda c^2}{3} \quad (39)$$

$$= -\frac{4\pi G}{3c^2}[(\epsilon + \epsilon_\Lambda) + 3(p + p_\Lambda)] \quad (40)$$

密度は宇宙が膨張して希薄になると当然減少していくのに対し、ダークエネルギーを再解釈したエネルギー密度は宇宙が膨張しても一定のままという変わった性質をもっている。

まったく同様にして、FL2の宇宙項を(36)式で書き換えると、右辺は(37)式のようにまとめ直せる。そして(38)式で与えられる p_Λ は、ある種の圧力だと解釈できる。ただし、通常的气体や放射の圧力は正の値をもつが、このある種の圧力は“負”の値であるという奇妙な性質をもっている。

さらに、加速度方程式FL3は、(40)式のような形できれいにまとめ直すことができる。

こうして、宇宙項は、右辺に移して見方を変えれば、ある正のエネルギー密度とある負の圧力をもった奇妙なエネルギー——ダークエネルギー——だと、新たに解釈できたわけ

である。

これは数学的には単なる置き換えにすぎない。しかし、物理的に再解釈することで、まったく新しい理解を生んだのだといえよう。

話が深みにはまってしまいそうだが、ここで、前に(6)式のあたり(2007年5月号15ページ)で「差し当たっては不要」だと書いた“状態方程式”とダークエネルギーの一般化について、一言だけ触れておこう。

物質などのエネルギー密度(あるいは密度)と圧力の関係を表す式が「状態方程式」だ。もっとも有名な状態方程式は、理想気体の状態方程式(ボイル・シャルルの法則)だろう。上の(38)式は、ダークエネルギーの状態方程式で、もっとも単純な宇宙項を再解釈したダークエネルギーの状態方程式である。

ダークエネルギーの状態方程式

$$p_\Lambda = -\epsilon_\Lambda \quad (41)$$

$$p_{DE} = w \epsilon_{DE} \quad (42)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3c^2}(1 + 3w)\epsilon_{DE} \quad (43)$$

この状態方程式で右辺の係数を-1から w に変えたのが(42)式だ。まあ、ちょっとした“一般化”である。この状態方程式(42)式を加速度方程式(40)式に入れると、(43)式ようになる。加速度方程式の意味からは、係数 w に関する条件として、

$$w > -1/3 \quad \text{ならば 減速膨張}$$

$$w < -1/3 \quad \text{ならば 加速膨張}$$

となる。そして、宇宙項(Λ 項)は、

$$w = -1$$

という加速膨張の“特殊”な場合なのだ。また、

$$w < -1$$

なるモノをファントム物質と呼ぶらしい。

なお、この係数が一定だという保証はどこにもない。時間的に変化しているかも知れないのだ。どうも、宇宙論のここらへんは、指導原理はないのに、解釈ばかりが多すぎて、全然先行きがわからない感じがする。

時空の誕生、時空のインフレーション的膨張、そしてより緩やかなビッグバン的膨張といった、宇宙の時空構造の変化と並行して、入れ子入れ子に、力の分離や物質の誕生も起きていった。

順序的には、ここらへんで、力の分離と物質の誕生について、詳しく説明するところだろうが、話の流れをシンプルにするために、先に、時空構造の変化だけを追いかけていこう。

・・・つづく・・・

編集部追記 本文の式番号で、(28) 式～(30) 式は省略されています。

エポック I 【前編】の内容

1. 純白の時代—宇宙の誕生
2. フリードマン方程式
 - 2.1 アインシュタイン方程式
 - 2.2 フリードマン=ルメートル方程式
 - 2.3 アインシュタインの静止宇宙
3. 無からの宇宙 (時空) の誕生
 - 3.1 特異性問題
 - 3.2 プランク時間
 - 3.3 虚時間の宇宙
 - 3.4 無からの宇宙 (時空) の創生

福江 純 (大阪教育大学)

エポック I 【後編】の内容 (予定)

5. ビッグバン宇宙
 - 5.1 宇宙の臨界密度
 - 5.2 フリードマン方程式を積分する
 - 5.3 いくつかの単純な解
 - 5.4 フリードマン膨張宇宙モデル
 - 5.5 平坦なルメートル膨張宇宙モデル

参考文献

○単行本

福江 純 (2005) 『100 歳になった相対性理論』、講談社.

ミチオ・カク (2006) 『パラレルワールド』(斉藤隆央 訳)、NHK 出版.

バーバラ・ライデン (2003) 『宇宙論入門』(牧野伸義 訳)、ピアソン・エデュケーション.

Gerhard Borner (1993) “The Early Universe”, Springer-Verlag.

○論文

Hartle, J. and Hawking, S. W. (1983) Wave function of the universe, *Phys. Rev.* **D28**, 2960.

Vilenkin, A. (1984) Quantum Creation of Universes, *Phys. Rev.* **D30**, 509.

Vilenkin, A. (1983) Birth of inflationary universes, *Phys. Rev.* **D27**, 2848.