投稿 8の字軌道衛星

佐藤　明達

1. はじめに

静止衛星は、通信衛星・放送衛星・気象衛星など 1965 年以来多数打ち上げられて日常生活に役立っている。最近、静止衛星の軌道を傾けて日本の上空に来るようにした衛星が計画されている。この衛星は地上からはどのように動いて見えるか調べてみよう。その前に静止衛星について一通り見ておくことにする。

2. 静止衛星

静止衛星（geostationary satellite）は赤道上空約 3.6 万 km の高さにあって、東向きにちょうど一日で地球を一周する。従って地上から見ると天空上の一点に静止しているように見える。そこで

G：万有引力定数

M_e：地球の質量

M_m：月の質量＝$0.012300M_e$

R_e：地球の赤道半径＝6378.140 km

r_m：月の平均距離＝$60.2682R_e$＝384,400 km

r_g：静止衛星の軌道半径

T_m：1 恒星月＝27.3217 平均太陽日

T_g：1 恒星日＝0.997270 平均太陽日

とすれば、ケプラーの第 3 法則により

$$\frac{r_m^{\ 3}}{T_m^{\ 2}} = \frac{G}{4\pi^2}(M_e + M_m) \tag{1}$$

$$\frac{r_g^{\ 3}}{T_g^{\ 2}} = \frac{G}{4\pi^2}M_e \tag{2}$$

(1)、(2) より G を消去すれば

$$\left(\frac{r_m}{r_g}\right)^3\left(\frac{T_g}{T_m}\right)^2 = 1 + \frac{M_m}{M_e} \tag{3}$$

これから

$$r_g = r_m\left(\frac{T_g}{T_m}\right)^{\frac{2}{3}}\left(1 + \frac{M_m}{M_e}\right)^{-\frac{1}{3}} \tag{4}$$

これに数値を入れれば

$$\frac{r_g}{R_e} = \frac{60.2682}{9.12500} = 6.60473$$

r_g＝42126 km＝R_e＋35748 km

を得る。つまり静止衛星の軌道半径は月までの距離の 9 分の 1、地球半径の 6.6 倍で、赤道上空約 3.6 万kmの高さにある。

次に静止衛星の見える範囲を考える。ただし簡単のため地球を半径R_eの球とみなす。図 1 は地心O、観測点A（緯度をϕとする）を含み、赤道に垂直な平面を表わす。真南にある静止衛星Gの高度がhであるとすれば、$\angle AGO = 90° - \phi - h$であるから

$$\frac{\cos h}{r_g} = \frac{\cos(\phi + h)}{R_e}$$

これから

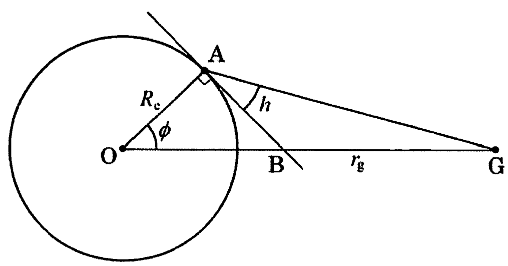

図 1　静止衛星の高度

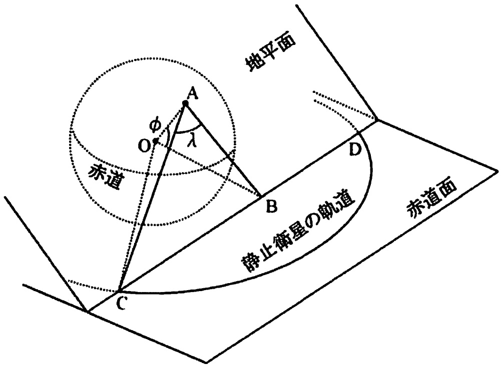

図２　静止衛星の見える範囲

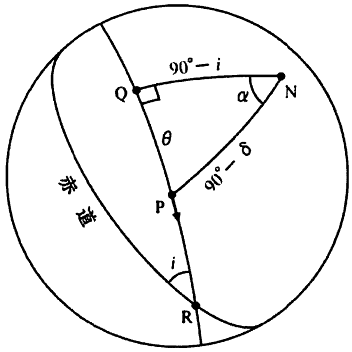

図３　傾斜角 i の軌道

表１　8の字軌道の値

θ	0°	15°	30°	45°	60°	75°	90°
$\alpha-\theta$	0° 00′	3° 07′	5° 11′	5° 41′	4° 41′	2° 37′	0° 00′
δ	35° 00′	33° 39′	29° 47′	23° 56′	16° 40′	8° 32′	0° 00′

$$\tan h = \frac{\cos\phi - R_e/r_g}{\sin\phi} \tag{5}$$

$h=0$ となるときの ϕ を ϕ_0 と書けば

$$\cos\phi_0 = \frac{R_e}{r_g} \tag{6}$$

即ち $\phi_0 = 81°17'$ より高緯度の土地からは静止衛星を見ることはできない。

図２において観測点Ａにおける地球への接平面（つまり地平面）と赤道面との交線をCD、AからCDに降ろした垂線の足をＢとする。∠BACを λ とすれば

$$\cos\lambda = \frac{AB}{AC} = \frac{R_e\tan\phi}{R_e\tan\phi_0} = \frac{\tan\phi}{\tan\phi_0} \tag{7}$$

よって点Aから静止衛星が見えるのは、Bを中心とする方位角 2λ の範囲に限られる。特に $\phi=\phi_0$ のときは当然 $\lambda=0$ となる。例えば $\phi=35°$ ならば $h=49°20'$、$\lambda=83°50'$ となる。

3. 8の字軌道衛星

上述のように、静止衛星は日本の頭上には来ない。そこで静止衛星の軌道を角度 i だけ傾けてみよう。図３は衛星軌道を天球に投影したもので、Nは北極、Qは軌道上の最北点、θ は軌道に沿ってQから測った衛星Ｐ（赤経差 α、赤緯 δ）の角距離で、点Ｑを通過した時から測った時間に比例する。すると

$$\tan\alpha = \frac{\tan\theta}{\cos i} \tag{8}$$

$$\sin\delta = \sin i\cdot\cos\theta \tag{9}$$

衛星は１恒星日で公転しているから、地球上（正確には地心）から見た衛星の位置は（$\alpha-\theta$、δ）である。$i=35°$ の場合の計算値を表１に、グラフを図４に示す。衛星の軌跡は縦軸、横軸に関して対称であるから、第一象限の形をこれらの軸に対して鏡像反転させればよい。

4. 準天頂軌道衛星

軌道を傾けるばかりでなく楕円にして、遠

地点を最も北に偏った点に来るようにした軌道を準天頂軌道衛星という。遠地点では動きが小さいから、天頂付近に長時間滞在させることができる。同一軌道上に3個の衛星を投入すれば、天頂付近にいつも衛星を存在させることができる。ただし衛星は摂動によって軌道を外れるから、絶えず軌道を修正してやらねばならない。また衛星は天空上で静止していないから、受信するのには指向性のいいアンテナは不向きである。

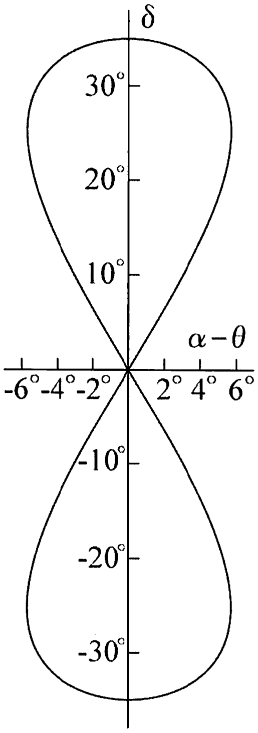

図4 8の字軌道

5. アナレマとの類似

横軸に真太陽時と平均太陽時との差（つまり均時差）、縦軸に太陽赤緯をとって猫いた図をアナレマ（analemma）という[1][2]。これと図4とを比べると、よく似ているのに気付く。太陽が地球を一年で一周すると考えれば、太陽は赤道と23.5°傾いた黄道上を動くからアナレマは8の字形になり、軌道が楕円で速度が変わるから近地点を通る1月頃は動きが大きく、遠地点を通る7月頃は動きが小さくなって、しもぶくれのヒョウタン形になるのである。準天頂軌道衛星の動きもこれから類推できよう。

参考文献

[1] 佐藤明達、1999、動針日時計の作り方、第13回天文教育研究会年会集録、p.124
[2]関口直甫著、2001、「日時計—その原理と作り方—」、恒星社厚生閣、p.126

[付記] 式(8)、(9)において$(\alpha-\theta)$を極大にするδをδ_{m}、そのときのα、θをそれぞれα_{m}、θ_{m}と書けば、$(\alpha-\theta)$をδで微分して 0 とおくことによって

$$\tan\theta_m = \cot\alpha_m = \cos\delta_m = \sqrt{\cos i}$$

を得る。特に$i=35°$とおけば

$$\theta_m = 42°09'$$
$$\alpha_m = 90° - \theta_m = 47°51'$$
$$\delta_m = 25°10'$$

従って$(\alpha-\theta)_m = 5°42'$となる。これはグラフ（図4）の値とも合っている。