

投稿

富士の仰角から地球半径を求める

佐藤明達

1. はじめに

麓から遠ざかるにつれて、山は下から地平線下に没してゆく¹⁾。これは地面が平面でなく球面であるためである。従って山の見掛けの高さ（仰角）を測れば地球の半径を知ることができる。観測の対象として、ここでは富士を取り上げよう。富士（富士山）は日本における最高峰であるばかりでなく、海岸に近い孤立峰のため遠方からもよく見えるからである。

2. 原理

図 1 において

地心：O

観測点（高さ 0m）：P

P における水平面：PQ

地球半径：PO=BO=R

富士の高さ：AB=h

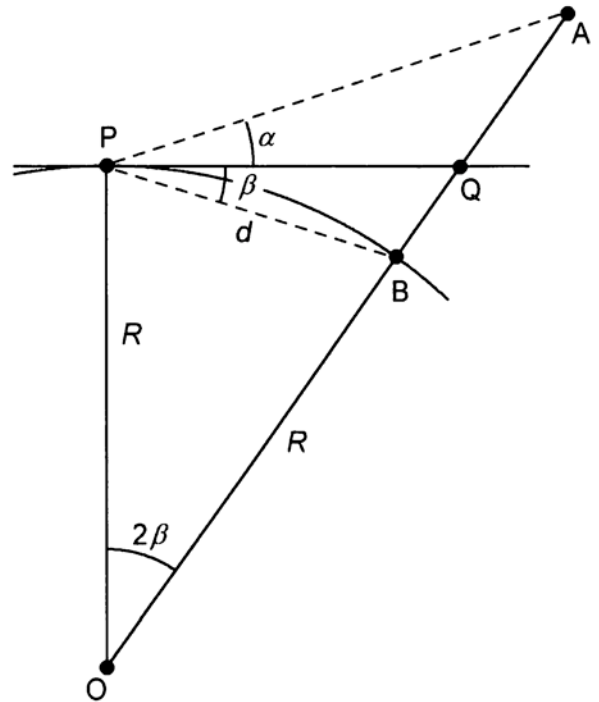


図 1 富士と観測者との位置関係

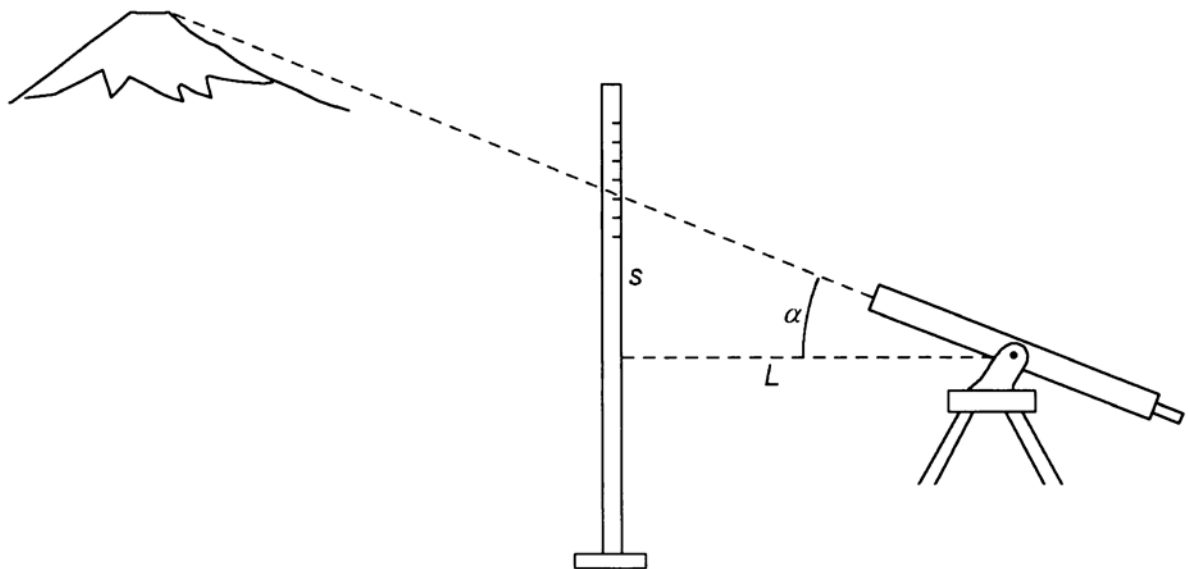


図 2a 富士と望遠鏡の間に目盛棒を立てる

P、B間の距離： $\overline{PB} \approx \widehat{PB} = d$

P、B間の地心角： 2β

Pから見たAの仰角： α

とすれば、 $\angle QPB = \beta$ である。 β は 1° 以下の微小角だから、ABはPQにほぼ垂直である。よって

$$QB = PB \cdot \beta$$

$$PB = d = 2\beta R$$

だから

$$QB = d^2 / 2R \tag{1}$$

従って

$$QB = AB - AQ = h - d\alpha$$

故に

$$R = d / 2 (h / d - \alpha) \tag{2}$$

を得る。ここで大気差を r とすれば、

$$r = \text{視高度} - \text{真高度}$$

だから、(2)は

$$R = d / 2 [h / d - (\alpha - r)] \tag{3}$$

と修正される。

(注) (3)を書き直せば

$$d^2 + 2R(\alpha - r)d - 2Rh = 0$$

d について解けば

$$d = \sqrt{2Rh + R^2(\alpha - r)^2} - R(\alpha - r)$$

ラドーの大気差表²⁾によれば、視高度 $\alpha = 0^\circ$ のときの大気差は $r = 34.4' = 0.01001$ ラジアンである。また R として地球の平均半径 6370km を採れば $d = 292.2\text{km}$ を得る。即ち海面上から眺めた場合、途中に山などの障害物がなくても、約 290km (新宮、大阪、舞鶴、新潟、福島あたり)以遠では富士を見ることができない。もし大気差がなければ、 $d = \sqrt{2Rh} = 219.3\text{ km}$ となって、見える範囲は約 220km (津、彦根、金沢、柏崎、日立あたり)とずっと狭くなる。

3. 観測

十字線入りの望遠鏡(測量用トランシットがあればなお良い)と水準器(レベル)を用

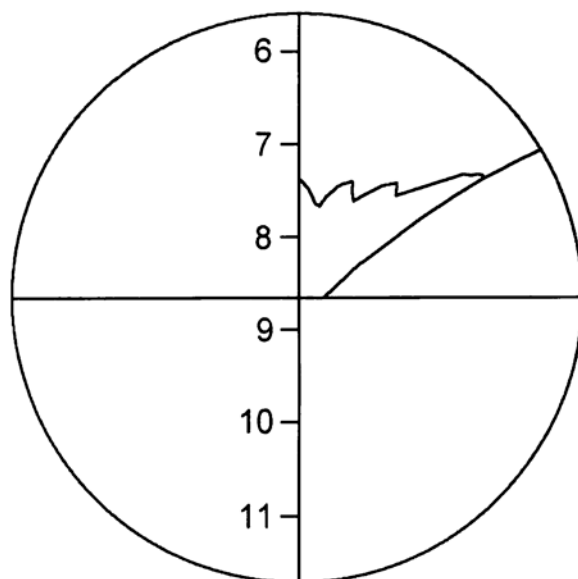


図 2b 山頂の目盛りを読む

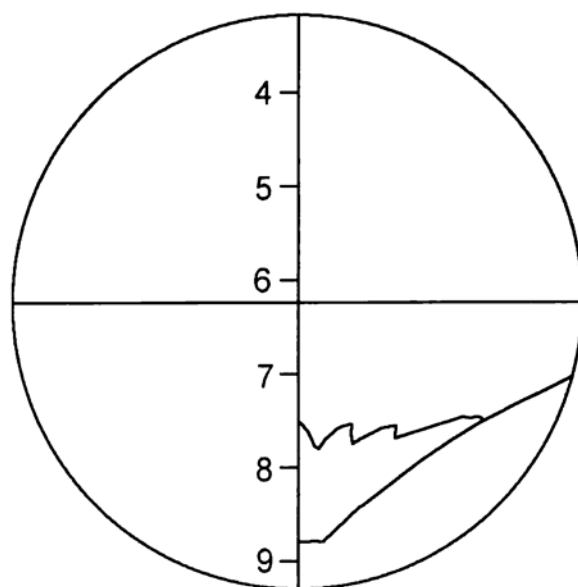


図 2c 水平線の目盛りを読む

意する。富士と望遠鏡とを結ぶ線上に目盛り付きの棒(ポール)を立て(図 2a)、視野に入れた山頂の位置の目盛りを読む(図 2b)。次に鏡筒に水準器を載せて水平にしてから水平線の目盛りを読む(図 2c)。両者の差を s 、棒と望遠鏡との距離を L とすれば $\alpha = s / L$ ラジアンである。

4. 計算例

千葉県木更津市の海岸で富士の仰角を測ると $L=10\text{m}$ のとき $s=31.7\text{cm}$ であった。従って $\alpha = s/L = 0.0317$ ラジアン $= 1^\circ 49'$ 。ラドナーの大気差表によれば $r=19'$ だから $\alpha - r = 1^\circ 30' = 0.02618$ ラジアン。また $h/d = 0.03496$ 。よって (3) より $R=6150\text{km}$ を得る。

5. 検討

大気差の表は文献 2、3、4 にあり、文献 2 には計算式もある。大気差は気温、気圧、湿度などによって変わり、特に地平線近くの場合に評価が難しい。これが測定誤差の大きな部分を占める場合もある。それにしても、山の仰角の測定から私達の住む地球の大きさが

分かるとは素晴らしいことではないか。なお地球半径を求める種々の方法については文献 5 の拙稿を参照されたい。

参考文献

- 1) 日本測地学会監修、大久保修平編著「地球が丸いってほんとうですか?」、朝日選書、2004、p.8
- 2) 国立天文台「理科年表」2004 年版、丸善、p.152
- 3) 編集委員会編「天文観測年表」2004 年版、地人書館、p.197
- 4) 鈴木敬信著「天文学辞典」、地人書館、1986、p.379
- 5) 佐藤明達、第 5 回天文教育研究会年会集録、1991、p.98