隣のブラックホール【4】

時空とエネルギー物質の統一

福江　純（大阪教育大学）

いよいよ、一般相対論の基本的な性質、とくにブラックホール周辺で起こる現象について考えていこう。

4－1　等価原理と一般相対論

1）等価原理

外の景色が見えないエレベータの中に閉じ込められているとしよう。

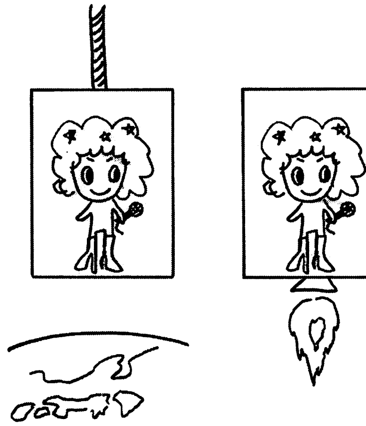

図4・1　エレベータの思考実験　その1

まず、地上でエレベータが停止しているときは、地球の重力が働いているので、“重さ”（下向きの重力）を感じるだろう（図4·1）。一方、そのエレベータが1Gで加速している宇宙船に積まれているときにも、“重さ”（下向きの力）を感じるだろう。では、その“重さ”の感覚だけから、自分が地上で停止したエレベータに乗っているのか、それとも宇宙空間で加速しているエレベータに乗っているのか、区別することができるだろうか？　自分が感じる“重さ”の原因が、重力によるものなのか、加速運動によるものなのか、その違いがわかるだろうか？　直感的にもわかるように、“重さ”の感覚だけから区別することはできない。

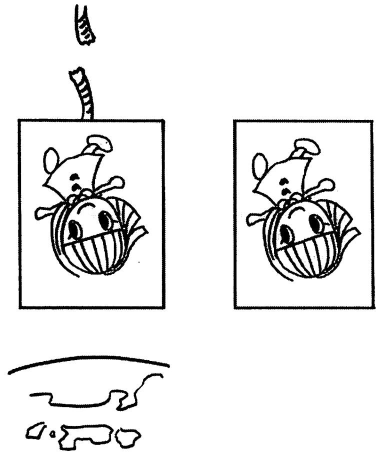

図4・2　エレベータの思考実験　その2

今度は逆に、エレベータを乗せた宇宙船が宇宙空間で静止しているときは、まったく“重さ”を感じないだろう（図4・2）。いわゆる「無重力状態」とか「自由落下状態」と呼ばれる状態である。一方、地球の上で、エレベータを吊しているワイヤが切れたとき、摩擦とか空気の抵抗がまったくなければ、エレベータは地面へ向けて「自由落下」する。このとき、エレベータの中にいる人もエレベータと一緒に自由落下状態になり、やはり“重さ”を感じなくなるだろう。では、その“自由落下”の感覚だけから、自分が宇宙空間で静止しているのか、それとも地上で自由落下しているのか、区別することができるだろうか？　これも直感的にもわかるように、区別することはできない。

天体の重力によって生じる力と加速によっ

て生じる力が（感覚的に、あるいは正確には測定によって）区別できないのなら、それらをまったく同じものだとみなそうと、アインシュタインは提案した。あるいは同じく、宇宙空間の無重力状態と天体の重力場中での自由落下状態も、実験的に区別できないなら、まったく同じものだとみなそうと提案したのである。これが、一般相対論の一つの柱である、「等価原理」の基本的な考えだ。

2）一般相対性原理

一般相対性理論（一般相対論）のもう一つの柱は、「一般相対性原理」で、これは重力場中にいる人にとっても、加速運動している人にとっても、あるいは、慣性系でない非慣性系にあるどのような人にとっても、自然の法則は同じように成り立つ、という考えだ。この一般相対性原理は、特殊相対性原理をさらに普遍化したものである。

ちなみに、アインシュタインが一般相対論を提唱したのは、1915年から1916年にかけてだが、一般相対論で扱う運動は、等速直線運動している慣性系だけではない。より一般的な加速系も扱うことができるので、“特殊”相対論と区別する意味で、後に、“一般”相対論とか“一般”相対性原理と呼ぶようになったのである。

4－2　重力場中での時間の遅れ

1）固有時間

特殊相対論では、時間は宇宙全体で普遍的なものではなく、一つ一つの慣性系で異なる物理量で、観測者の運動状態によって変化する。加速系や重力場など非慣性系を考える一般相対論でも事情は同じだ。慣性系、非慣性系を問わず、あらゆるシステムで、時間はシステムの物理的実在であり、観測者一人一人の属性なのである。そして観測者の運動状態や重力場の強さなどによって変化するものなのである。非慣性系の場合も含め、観測者一人一人の時間のことを「固有時間」と呼んで、τ（タウ）で表わす（図4・3）。

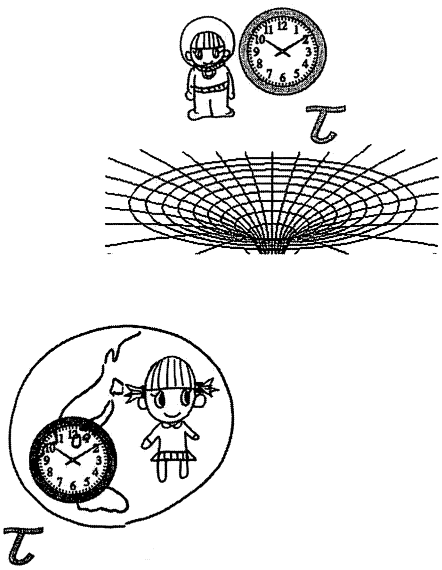

図4・3　固有時間

2）重力場中における時間の遅れの実証

ブラックホールのまわりでは、重力場が強いだけに時間の遅れの効果も大きくなるが、地球上でも重力があるので、非常に僅かではあるが、重力場による時間の遅れは存在する。実際1970年代に入って精密な原子時計が作られてからは、原子時計を用いて地球近傍での時間の遅れが測定されている。

たとえば1971年にハーフィールとキーティングによって行われた実験では、4個のセシウム原子時計を飛行機に持ち込んで、東まわりと西まわりで地球のまわりを一周した。そして地上に置いていた時計と、飛行機で地球を一周した時計の進み具合いを比較した（図4・4）。

まず東まわりの飛行を考えてみよう。飛行機に乗せた時計は地上に置いた時計より高い場所、したがって重力場の弱い場所にあるので、地上の時計より早く進むはずである。飛行高度などにもよるのだが、ハーフィールと

図4・4　時間の遅れの検証実験

キーティングの実験では、144ナノ秒ぐらい進むと予想された（1ナノ秒は10億分の1秒）。ただし特殊相対論的効果も考慮しないといけない。すなわち地上の時計も飛行機の時計も運動しているために、速度に関係して時計の進み方が遅くなる。地球の自転と同じ東まわりの飛行の場合、飛行機の時計は地上の時計より早く運動するので、一周の間に、約184ナノ秒遅れると見積られた。

結局、先の重力場によるものと合わせて、東まわりの飛行では、飛行機の時計が約40ナノ秒遅れると予想された。そして実験の結果、実際の遅れは約59ナノ秒だった。

同じように、西まわりの飛行では、飛行機の時計は、一般相対論的な効果によって約179ナノ秒、特殊相対論的な効果によって約96ナノ秒、合わせて約275ナノ秒進むと予想されたが、実際には約273ナノ秒進んだ。

また1976年には、ロケットの弾道飛行を利用した実験が、NASAおよびスミソニアン天体物理学観測所のR. F. C. ヴェッソーとM. W. ルヴィンらによって行なわれた。彼らはロケットに、同じ周波数できわめて安定した発振をする水素メーザー原子時計を積んで、約1万キロメートルの高度まで打ち上げた。水素メーザーの精度は、100秒で10の15乗分の1も狂わないほどであった。また同時に地上にも同じ水素メーザー原子時計を置いて、地上とロケットとの間でマイクロ波で信号をやりとりし、ロケットと地上のそれぞれの原子時計の進み具合いを比較したのである。この実験の結果、やはりロケットに搭載した原子時計の方が、地上のものより早く進むことが観測された。彼らの得た重力赤方偏移の検証精度は、2×10^{-4}すなわち0.02%にもなるもので、きわめて高い精度だと言える。

まあ、いずれにせよ、地球近傍ではきわめて高い精度（0.02%）で一般相対論的な時間の遅れが検証されている。

4－3　ブラックホール時空の幾何学

1）ユークリッド空間

万有引力の法則では、重力は2つの質点間の力として考えたが、一般相対論では、重力の作用は空間の幾何学に置き換えて考える。すなわち、質量が存在して他の質量を引き寄せるという作用は、質量が存在するとまわりの時空が歪んでしまい、その歪みが遠方に伝わっていって、離れた場所にある別の質量が影響を受けるという風に考えるのである。曲がった空間とは、一体どんなモノなのかを考えるために、まず、“曲がっていない”空間から復習しよう。

ギリシャの数学者ユークリッドは、それまでの幾何学を集大成し、紀元前330年に『幾何学原本』としてまとめ上げた。この『幾何学原本』の最初には、10の「公理」が挙げられている。さて問題なのは、次の第10公理、

「任意の点を通って、その点を通らない直線と平行な直線は、ただ1本だけ引ける」

俗に言う「平行線の公理」である。

まったく当たり前のようにみえるが、本当にそうだろうか？　たとえば球面の上で平行線は引けるだろうか？

この第10公理を認める幾何学が「ユークリッド幾何学」であり、ユークリッド幾何学の成り立つ“曲がっていない”空間が「ユークリッド空間」である。たとえば、平面を念頭において、ユークリッド空間における直線、三

角形、円の性質を考えてみよう（図4・5)。まず「直線」(線分）とは“空間内の2点を最短距離で結んだ道筋”と定義する。ユークリッド空間では、直線は文字通り真っ直ぐな線になる。つぎに、「三角形」は、3つの異なった点（頂点）を“直線”で結んだ図形で、平面に描かれた三角形では、よく知られているように、内角の和は180°になる。さらに「円」は、ある点（中心）から同一の距離にある点をつないでできる図形のことだが、平面内の円では、その円周の長さは、半径の2倍（直径）に円周率πを乗じたものになる。

2）曲がった空間

一方で、ユークリッドの第10公理を認めない幾何学は「非ユークリッド幾何学」と呼ばれ、第10公理が成り立たない空間を「非ユークリッド空間」と呼ぶ。非ユークリッド空間の代表は球面である。球面を念頭において、非ユークリッド空間における直線、三角形、円の性質を考えてみよう（図4・6)。まず「直線」だが、球面のような曲がった空間では、平面上の直線のような真っ直ぐな線は、そもそも描けない。したがって、直線の定義である“空間内の2点を最短距離で結んだ道筋”を描くと、球面上での直線は大円（球の中心を通る平面と球面との交線）になる。つぎに曲がった空間での「三角形」だが、最短距離の道筋を直線と定義すれば、曲がった空間の三角形も平面と同じように、異なった3つの点を“直線”で結んだ図形として定義できる。たとえば、球面上での三角形とは、異なった3つの点を大円で結んだ図形になる。すぐわかるように、球面上の三角形の場合、内角の和は180°より大きくなる。同じようにして、球面上の円としては、ある点を中心として、その点から等距離にある点をつないだ図形として、決めることができる。このとき、円の半径は、中心から円周までの大円の長さとする。そして、その特徴だが、球面上の円では、円周の長さは、円の半径の2倍に円周率を乗じたものより小さくなるのだ。

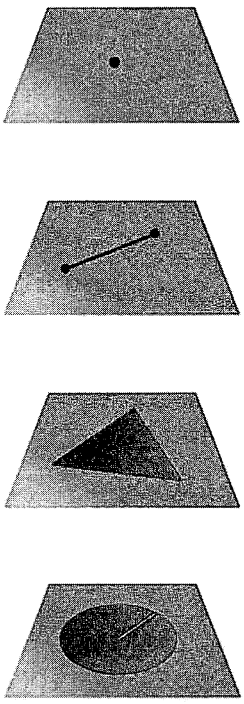

図4・5　平らな空間の幾何学

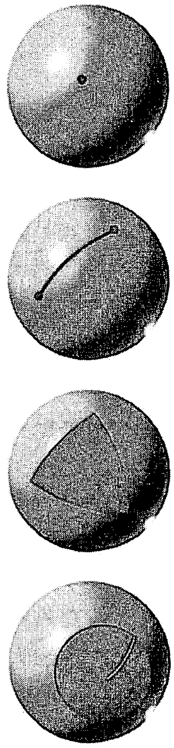

図4・6　曲がった空間の幾何学

いま挙げた球面の例では、三角形の内角の和は180°より大きくなったが、曲面の曲がり方によっては、内角の和が180°より小さくなるような曲面もある。どちらも非ユークリッド空間なのだが、前者をとくに「リーマン空間」と呼び、後者を「ロバチェフスキー空間」と呼ぶことがある（図4・7)。

3）ブラックホール空間

いよいよブラックホールの場合だが、アインシュタインの一般相対論では、物質（質量）のまわりの空間はどのように曲がっているのだろうか？

ブラックホールのまわりでも、空間が曲がっているかどうかを調べるためには、まず、物質（質量）のまわりに異なった3点を

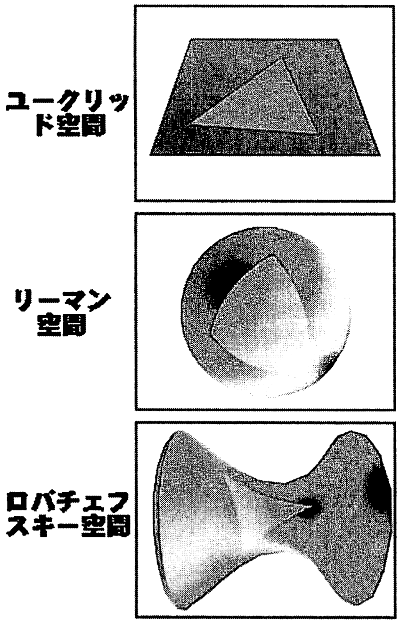

図4・7　3種類の空間

取って、それらを“最短距離の道筋”すなわち“直線”で結んで、三角形を作る。空間が平らでユークリッド的なら内角の和は180°になるはずだが、空間が曲がっていると、内角の和は180°にはならない。そしてブラックホールのまわりなど物質（質量）のまわりでは、三角形の内角の和は180°を超えるのである（図4・8)。そして質量が大きくて曲がり方が強いほど、内角の和も180°より大きくなる。同じように、円を描いたとき、円周の長さは、半径の2倍に円周率を乗じたものより小さくなる。物質のまわりでは、空間は非ユークリッド的になり、とくにリーマン空

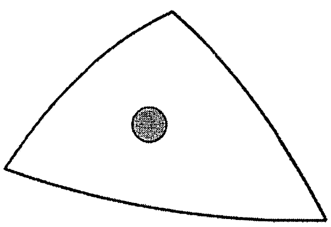

図4・8　ブラックホール空間

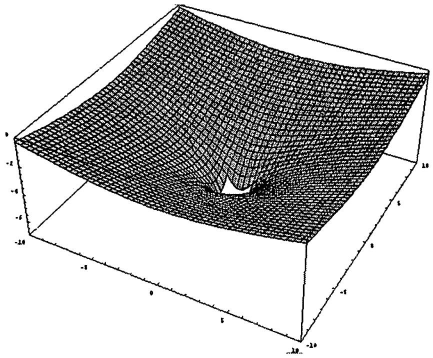

図4・9 時空の埋め込みダイアグラム

間と呼ばれる曲がった空間になっているのだ。ちなみに、曲がった空間に引く“直線”としては、後で述べるように、＜光線＞を使うのがふつうである。

4）時空の埋め込みダイアグラム

ブラックホール時空の曲がり方を視覚的に表すために、仮想的な“超空間”を利用する「埋め込みダイアグラム」がよく使われる。実際の空間は3次元だが、3次元空間を埋め込んだ“4次元超空間”を表現するのは無理なので、ふつうは空間の次元を一つ減らして考える。すなわち埋め込みダイアグラムでは、水平方向にはxとyの2次元の空間を、鉛直方向には（空間軸ではなく）仮想的な超空間軸を取る。そしてこの超空間軸（h軸）の方向に曲がり方を表していくわけだ（図4・9)。

紙面の関係で時空の話だけに限ったが、特殊相対論から一般相対論に進むプロセスは、エネルギーや物質も含め、あらゆる実在物の統一過程でもあった。