

連載

江戸時代の天文学【4】

江戸幕府の天文学(その 3)

嘉数 次人(大阪市立科学館)

1. はじめに

前回から、寛政改暦において中心的役割を果たした幕府天文方・高橋至時の業績を紹介しています。改暦後の高橋が特に力を入れた研究課題は、五星法(惑星位置計算法)の確立、経度問題、日食論の完成の3点でした。その中でも、五星法と経度問題の2つは、高橋の天文学を知るよい材料となります。そこで今回と次回では、高橋至時の五星法研究の様子を見ていくことにしましょう。

2. 日本における五星法

2.1. 伝統的な五星法

かつて東アジアにおいては、肉眼で見ることが出来る水星・金星・火星・木星・土星の五惑星のことを「五星」といい、五星の位置計算法を五星法と呼んでいました。五星法の歴史は古く、中国・前漢に編纂された三統暦に既に記載されていました。伝統的な中国の五星法の特徴は、代数的に五星の経度のみを計算して緯度は求めなかったという点で[1]、天体軌道の幾何学モデルを用いて惑星の経緯度を計算していた西洋天文学とは大きく異なっていました。

例えば、外惑星の動きを見ると、まず太陽との合を過ぎてしばらくすると明け方の東空に見え始めます。それ以降、太陽から徐々に離れながら天球上で順行を続け、やがて留→逆行→留→順行を経て、太陽と接近して見えなくなって、再び合になります。伝統的な中国暦法の五星法ではこれらの動きと位置を太陽規準で表します。五星法を扱った最初の暦法である三統暦における木星の動きを例にとると、まず太陽から15度あまり離れたところ

ろで初めて見え始め、その後一日あたり2/11度動く順行状態が121日間続く。そして留の状態が25日間続いたあと、一日あたり1/7度動く逆行が84日間続く…、というように表します(ちなみに、古代中国において周天は360度ではなく、1年の日数をもとにして365.25度として数える。ここで示した値はすべて中国流表記のまま)。

三統暦では、惑星の天球上の動きは全て等速運動であるとしていますが、6世紀に北斉の張子信が惑星の不等速運動を暦法に取り入れたのを皮切りに、惑星運動の計算は徐々に詳細になっていきました。しかし、三統暦で形成された暦法の基本ラインは明朝末期の大統暦まで、そのまま継承されました[2]。従って、江戸時代に施行された貞享暦、宝暦暦(共に元代の授時暦がベース)の五星法も、中国の伝統的なスタイルをとっています。

2.2. 『崇禎曆書』、『暦象考成』の五星法

明朝末期になると西洋天文学が伝えられ、中国においても幾何学モデルを用いて経緯度を推算する法が知られるようになりました。

明末に編纂された『崇禎曆書』は、天球上における惑星の運動モデルとして、プトレマイオスの周転円-離心円法、コペルニクスの小周転円-離心円法、チコ・ブラーエの周転円法の3つを解説していますが、その内容は概説にとどまり、暦書の書式を持つ位置計算法までは示していませんでした。その後編集された『暦象考成』になって、ようやく『崇禎曆書』のチコ・ブラーエ法に基づいた五星位置推算法が解説されました。

図1は、『暦象考成』の土星、木星、火星の

軌道モデル図です。まず地球が天の中心に位置し、そのまわりに「本天」とよばれる導円があります。そして本天上に中心を持つ周転円「本輪」があり、さらに、本輪上に中心を持つ周転円「均輪」があります。そしてさらに、均輪上に中心を持つ周転円「次輪」があり、惑星はこの次輪上を運動しているとされます。このように、地球を中心に4つの軌道円を組み合わせて、惑星の複雑な動きを説明しているのです。



図1 『暦象考成』の土星軌道の図。『暦象考成』巻9より。

3. 高橋至時の五星法研究

3.1. 高橋至時の五星法研究

高橋が作成した寛政暦のベースとなった『暦象考成後編』は、太陽と月の運動論と日月食論を扱っていましたが、五星法は全く記載されていなかったもので、寛政暦の五星法はとりあえず古い『暦象考成』の周転円理論を

採用せざるを得ませんでした。つまり、寛政暦は、太陽と月の運動論には楕円理論が用いられ、五星法には周転円理論が適用されるとい、新旧が混在した暦法となったのです。そこで、高橋は改暦終了直後から、五星法に楕円軌道論を適用するための研究を精力的に行ない、1800(寛政12)年には楕円軌道論による惑星位置計算法を述べた『新修五星法』の執筆を開始します。そして翌年には初稿ができ、1803(享和3)年7月には第二稿が成立しています。

『新修五星法』において至時が検討した主要項目は、楕円理論の適用のほか、軌道要素の確定、天の体系の選択、という3点でした。そのうち、軌道要素については、惑星の観測データの不足により精密な値を得ることが出来なかったため、高橋は自ら観測を行なったほか、関係者に西洋天文学書の入手を依頼するなどしてデータ収集に努め、1802(享和2)年頃にはある程度満足のいく値が得られたようです。一方、楕円軌道論と天の体系の選択は、未だかつて日本の研究者が立ち向かったことのない大きな課題でした。

3.2. ケプラー方程式を解く

『新修五星法』の特徴は、何と言っても惑星に楕円軌道を適用した点にあります。しかも、高橋は『暦象考成後編』の楕円軌道論をそのまま惑星に当てはめることに満足せず、独自の研究を行なっています。

ここで高橋至時の楕円軌道論を概観しましょう。図2において、長半径 a 、短半径 b 、離心率 e の楕円軌道を考えます。太陽は楕円の一つの焦点 F に位置し、惑星は楕円軌道上を公転周期 T でケプラー運動します。惑星が遠日点 A から出発し、遠日点通過後の時間 t において楕円軌道上の点 P に達したとすると、 $\angle AFP = \nu$ を真遠点離角といいます。

ここで、惑星の平均運動 $\mu = 2\pi/T$ とする

と、惑星の平均離角 $M = \mu t$ と表せます。また、楕円中心 O を中心とした半径 a の円を描き、点 P から長軸 OA へおろした垂線を延長して円と交わる点を Q とし、 $\angle QOA = E$ を離心離角といいます。この時、 M と E のあいだには、 $M = E + e \sin E$ という関係が得られ、この式をケプラー方程式と呼びます[3]。ここで、この式における e は、離心率 e をラジアンと見なして、角度に変換したものです。なお、楕円軌道に関する詳しいことは、各種教科書を参考にして下さい[4]。

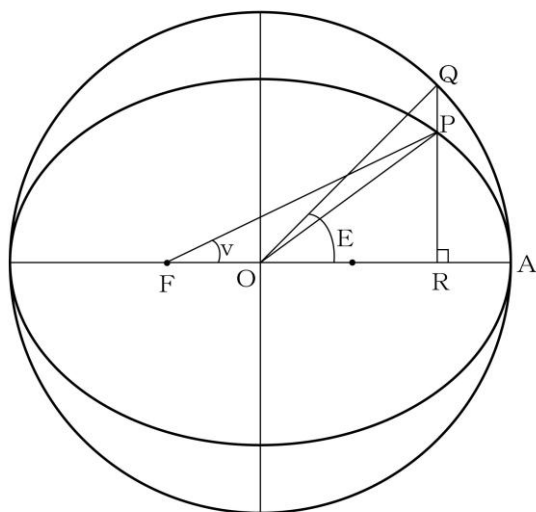


図2 楕円軌道論の説明図1

3.3. 『暦象考成後編』の両三角形法

さて、日々の天体位置を計算する暦法においては、与えられた平均離角 M の値から真遠点離角 v を求めるわけですが、惑星が遠日点から掃いた楕円面積は v の簡単な関数で表すことができないため、まず M と e の値からケプラー方程式を用いて E を求め、そこからさらに真遠点離角 v を求めるという手順をとります。しかしながら、ケプラー方程式は超越方程式とよばれ、これまた簡単に解を求めることができません。そこで、古今いろいろな解法が考え出されたのですが、中国の『暦象考成後編』ではこれを幾何学的に求める「借

積求積法」、「同別法」、「借角求角法」、「両三角形法」という4種類の方法を紹介しています[5]。そして高橋は、五星法を研究する中で、「両三角形法」と呼ばれる方法に着目しました。

では「両三角形法」の原理について簡単に見てみましょう。図3において、 $M = \angle XO A$ とします。すると扇形面積 XOA は平均離角 M の平円面積になっています。そこで、直線 FX を作り、次に直線 FX と平行な直線 OQ を作り、さらに直線 FQ および XQ を結びます。ここで直線 FX と OQ は平行であるから、 $\triangle XOQ$ と $\triangle QFO$ の面積は等しい。従って、
 扇形面積 $XOA =$ 扇形面積 $QOA +$ 三角形面積 $XOQ +$ 小弧面積 QX
 扇形面積 $QFA =$ 扇形面積 $QOA +$ 三角形面積 QFO
 となります。両三角形法では、この中の小弧 QX の面積を十分に小さいと考えて、
 扇形面積 $XOA =$ 扇形面積 $QFA =$ 平均離角 M 相当の面積
 と見なします。これより、ケプラー方程式は解かずに、幾何学的に離心離角 E 、真遠点離角 v を求めます。

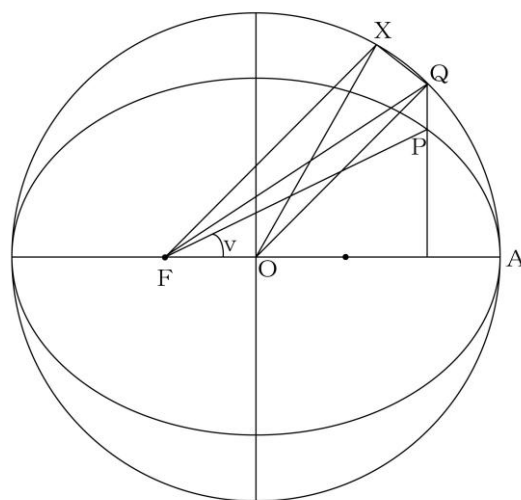


図3 楕円軌道論の説明図2

3.4. 高橋至時の「新考両三角形法」

この両三角形法は、他の解法に比べ計算が簡便であるという利点があり、高橋至時も、五星法研究開始当初は両三角形法を用いていました。ただし、この計算法は、図3における小弧 QX の面積の分だけ必ず誤差が生じてしまう欠点があります。この点について『暦象考成後編』では、両三角形法を月（離心率は 0.066782 としている）に適用した場合、平均離角 $M=90$ 度るとき小弧 QX の面積度は 10 秒にしかならないとして、そのまま月の推算法に採用しています。

しかし高橋は、両三角形法を火星に当てはめると小弧 QX の面積度は 20 秒程にもなってしまうことから、離心率の大きな惑星の位置計算には使えないと判断しました。また、借積求積法は精度が高いものの、計算が煩雑であるという難点がありました。このように、高橋は『暦象考成後編』の楕円理論を総合的に検討した結果、両三角形法の計算が簡便であることを利用した上で、これに改良を加えた「新考両三角形法」を考案、採用したのです。

新考両三角形法においては、あらかじめ各惑星の離心率 e をラジアンと見なして、角度に変換した値を求めておき、これを「引数大差」と呼びます。そして、両三角形法の原理を用いて M から離心離角の近似値 E' （至時は後外角汎数と呼んだ）を求め、 $\sin E'$ に引数大差を乗じて得た値 $e \cdot \sin E'$ を「引数差」とします。そして、惑星の平均離角 M と引数差 E' の値でケプラー方程式 $M - e \sin E' = E$ を計算し、離心離角 E （至時は後外角定数と呼んだ）を求めるのです（図4）。

高橋はケプラー方程式を一回計算すれば十分な精度が出ると述べていますが、より精度を期するのであれば、得た E を用いて、

$$M - e \sin E = E_2$$

として再度ケプラー方程式を解いて E_2 を求

めればよいと論じています。これはいわゆる逐次近似法です。そして E を得た後は、

$$\tan \frac{v}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \tan \frac{E}{2}$$

を解いて真遠点離角 v を求めます。

このように、新考両三角形法は、両三角形法の手法で離心離角の近似値を手早く得た上でケプラー方程式を解くというもので、しかも逐次近似法の手法も取り入れるなど、私たちが教科書で見るオーソドックスな解法と同じ方法であることがわかります。しかも『暦象考成後編』で紹介されていた煩雑な解法に比べ格段に簡便で、しかも精度も良いので、日々の惑星位置を計算する時には非常に便利です。楕円理論を十分に理解している高橋至時らしい改良といえましょう。

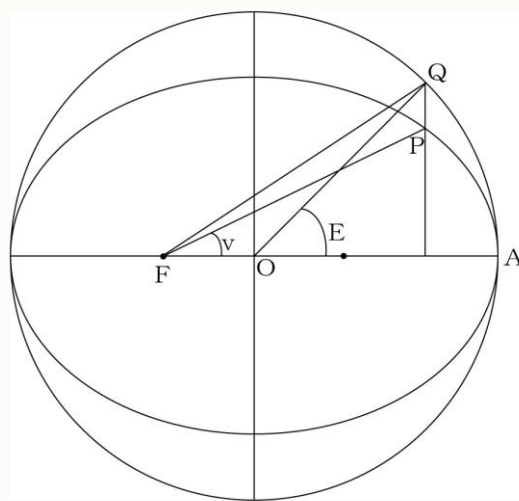


図4 楕円軌道論の説明図3

3.5. 高橋至時の楕円理論の採用

高橋は『新修五星法』において新考両三角形法を採用し、五星法に楕円軌道論を適用しました。周転円モデルから楕円モデルへの変換は、一見簡単そうに思えますが、『暦象考成』の五星法は複雑であったため、かなりの苦労

が伴ったようです。その他、軌道要素の決定問題なども含めて、五星法研究は困難を極め、高橋はかなりの精力を注ぎました。

その結果、1803(享和3)年7月、高橋は『新修五星法』第二稿を完成させたものの、その半年後には死去してしまい、稿本のままで残されてしまいました。その後は、次男の天文方渋谷景佑が遺法を整備し、1822(文政5)年に『新修五星法』10冊として完成させました。その後、1830年代後半には、幕府は寛政暦の五星法部分を修正することを計画し、渋谷の『新修五星法』をベースとした計算方法を採用しました。そして1844年施行の天保暦でも、五星法はそのまま継続採用されることとなり、高橋の惑星軌道論は死後30年を経て幕府の暦法として採用され、幕末まで用いられたのです。

今回は、高橋が行なった、天の体系に関する検討を見ることにします。

参考文献および注

[1] 中国暦法において、惑星の位置は太陽を規準とした経度で表しますが、三統暦では赤経を用い、後漢の四分暦以降は黄経を用いました。

また、元代と明代にはイスラム天文学が流入していますが、これはギリシア天文学を踏襲したもので、プトレマイオスの『アルマゲスト』をベースとした計算法を用いています。従って、それらは緯度の計算も行なっていますが、中国暦学の主流として扱われることはありませんでした。なお、イスラム天文学による暦法は、『明史』に「回回暦法」として紹介されています。

[2] 三統暦の五星法については、藪内清・能田忠亮、1947、『漢書律暦志の研究』、全国書房、66～77ページに詳しい。また元の授時暦の五星法は、藪内清、中山茂、2006、『授時

暦』、アイケイコーポレーション、に詳しく解説されています。三統暦と授時暦を比較すると、後者は随分複雑になっていることがわかります。

[3] 一般のケプラー方程式は、近日点から測った角度 M_p 、 E_p を使って $M_p = E_p - e \sin E_p$ と表しますが、高橋が用いた M と E は遠日点から測っているので $M = M_p + \pi$ (ラジアン)、 $E = E_p + \pi$ (ラジアン) という関係から、この式が得られます。以下、遠日点から測った角度による式を、ケプラーの方程式と呼ぶことにします。

[4] 有名な教科書の例としては、渡辺敏夫、1954、『数理天文学』、恒星社厚生閣。長谷川一郎、1974、『天文計算入門』、恒星社厚生閣、が挙げられるほか、楢円軌道論を論じた教科書は多数あります。また基本を学ぶなら、横尾武夫編、1993、『新・宇宙を解く』、恒星社、も重宝します。

[5] 『暦象考成後編』および高橋至時の五星法については、渡辺敏夫、1972、「暦象考成後編と高橋至時の新修五星法の楢円運動論」『京都産業大学論集第4号自然科学系列第1号』、133～162ページに詳しい。

また、前山仁郎、1956、「寛政暦書及び寛政暦書続録」『天文月報』Vol.49、No.4、56～59ページには、『寛政暦書』中に記載されている、太陽の真近点離角から平均近点離角を求める計算法「以角求積法」の手順が解説されていますが、この法はもともと『暦象考成後編』に記載されたものです。

嘉数 次人